Aiheet
ORMS.1030
Aikataulu
Materiaalia
Laskemisen historiaa

Talousmatematiikan perusteet ORMS.1030

Matti Laaksonen
Matemaattiset tieteet
Vaasan yliopisto

- Vastaanotto to 11-12 huone D110/Tervahovi
- Sähköposti: `matti.laaksonen@uva.fi`
- Opettajan kotisivu: `http://lipas.uwasa.fi/~mla/`
- puh. 029 449 8293
- Kurssi: `http://lipas.uwasa.fi/~mla/orms1030/tmUva13.html`

ORMS.1030

Aikataulu

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Aiheet
ORMS.1030
Aikataulu
Materiaalia
Laskemisen historiaa

Aiheet
ORMS.1030
Aikataulu
aalia
nisen
aa

ayORMS1030 Talousmatematiikan perusteet (avoin yo), 5 op / 3 ov

Tunniste	ayORMS1030	**Voimassaolo**	01.08.2011 -
Nimi	Talousmatematiikan perusteet (avoin yo)	**Lyhenne**	Talousmatematii
Laajuus	5 op / 3 ov	**Vanhenemisaika**	
Tyyppi	Perusopinnot	**Oppiaine**	TMA Talousmatematiikka
Laji	Opintojakso	**Tuntimäärä**	
Opinto-oikeus		**Arvostelu**	hyv-hyl
Suositeltu suoritusaika		**Jatko-opintokelpoinen**	ei
		Voidaan suorittaa useasti	ei
Vastuuyksikkö	Levón-instituutti / Avoin yliopisto		

Opettajat

Nimi
Matti Laaksonen

Opintokohteen yleinen oppimateriaali:

Tekijä	**Nimike**	**Vuosi**	**Pakollinen**	**Saatavuus**
Oheislukemista:				
Sydsæter, Knut.	Essential mathematics for economic analysis / Knut Sydsaeter and Peter Hammond	2006	-	Saatavuus

Kuvaus:

Ajankohta	Kevätlukukausi
Tavoitteet	Osaamistavoitteet: opintojakson suoritettuaan opiskelija osaa derivoida ja integroida polynomifunktion ja eksponenttifunktion, opiskelija osaa muodostaa mallin ja ratkaista sen (LP-malli, varastomalli, voitonmaksimointi), opiskelija osaa diskontata kassaerän ja laskea kassavirran nykyarvon, opiskelija osaa laskea tasaerälainan annuiteetin, opiskelija osaa verrata investointiprojektien kannattavuutta eri mittareilla, opiskelija osaa ratkaista lineaarisen yhtälöryhmän, osaa laskea matriiseilla, osaa laskea determinantin ja määrittää käänteismatriisin, opiskelija osaa käyttää Cramerin kaavoja, opiskelija osaa selittää panos-tuotos -analyysin periaatteen.
Sisältö	Finanssilaskentaa, ääriarvotehtäviä, integraalilaskentaa, lineaarialgebraa, differentiaalilaskentaa, indeksit.
Oppimateriaalit	1. Matti Laaksonen. Talousmatematiikan perusteet (luentomoniste) löytyy osoitteesta www.uwasa.fi/~mla/tma003/moniste/tma003mo94.htm. Oheislukemista: 2. Sudsaeter K. & Peter Hammond, Essential Mathematics for Economic Analysis, Prentice Hall.
Toteutustavat	Luennot 48 h ja harjoitukset 20 h.
Suoritustavat	1. Hyväksytty osallistuminen harjoituksiin ja välikokeet tai 2. Tentti
Tarjontatieto	Opintojakson aikataulu ja ilmoittautuminen opinto-oikeuden saamiseksi.

Meneillä oleva ja tuleva opetus

Toiminnot	Nimi	Tyyppi	op	Opettaja	Aikataulu	
ilmoittaudu	Talousmatematiikan perusteet (avoin yo)	Luentokurssi	5	Matti Laaksonen	07.01.13 -06.02.13	-

Tulevat tentit

Toiminnot	Nimi	Tyyppi	op	Opettaja	Aikataulu	
ilmoittaudu	Talousmatematiikan perusteet (AVOIN YO) 1. välikoe	Tentti	5	Matti Laaksonen	26.01.13	la 12.00-14.00
ilmoittautumisaika ei ole alkanut	Talousmatematiikan perusteet (AVOIN YO) 2. välikoe	Tentti	5	Matti Laaksonen	16.02.13	la 12.00-15.00

Aiheet
ORMS.1030
Aikataulu
Materiaalia
Laskemisen historiaa

$$
\begin{aligned}
\color{red}{\mathrm{O}} &= \text{Operation} \\
\color{red}{\mathrm{R}} &= \text{Research and} \\
\color{red}{\mathrm{M}} &= \text{Management} \\
\color{red}{\mathrm{S}} &= \text{Science}
\end{aligned}
$$

"Operaatiotutkimus ja Johtamistiede"

- hakee optimia
- rakentaa malleja
- käyttää tietokoneita

Alustava aikataulu

vko		pvm	aika	sali	aiheita	komm	har
2	ma	7.1.	16.45-20.15	A201	Alkuinfo, kertausta, prosentti	L1,L2,L3	
	ti	8.1.	16.45-20.15	A201	Funktiot, Raja-arvo ja Jatkuvuus	L4,L5	
	ke	9.1.	18.00-20.30	B203	Derivaatta, Rajatuotto ja kustannus	L6,L7	
3	ma	14.1.	16.45-20.15	B203	Voitonmaksimointi, Jousto, Varastomallit	L8,L9,L10	
	ti	15.1.	16.45-20.15	B203	Määräalennukset, Korkolasku ja diskonttaus,	L11,L12	
	ke	16.1.	16.45-20.15	B203	Summat ja tasaerälaina, kassakertymä	L13,L14	
4	ma	21.1.	18.00-20.30	A201	Nykyarvo, Sisäinen korkokanta, Excelin funktiot	L15,L16,L17	
	ti	22.1.	16.45-20.15	A201	projektin kannattavuus, Integrointi, Jatkuva kassavirta	L18,L19,L19	
	ke	23.1.	18.00-20.30	B203	Tuotantoon sit. pääoma, kertaus, 2007v1, ratk, 2008v1, ratk	L22	
	la	26.1.	12.00-14.00	A202	1. välikoe		
5	ma	28.1.	16.45-20.15	A201	Indeksit, keskimääräinen kasvu, Yhtälöryhmät	L25,L26,L27	
	ti	29.1.	16.45-20.15	A201	LP-mallit, Ratkaisun olemassaolo,	L28,L29	
	ke	30.1.	16.45-20.15	B203	Herkkyysanalyysi, Matriisimerkinnät	L30,L31	
6	ma	4.2.	16.45-20.15	C209	Matriisilaskut, käänteismatriisi, yhtälöryhmän herkkyys	L32,L33,L34	
	ti	5.2.	18.00-20.30	C209	Panos-tuotos -analyysi, omakustannusarvo,	L35,L36	
	ke	6.2.	16.45-20.15	B203	Determinantit, determinantin ominaisuuksia	L37,L38	
7	ma	11.2.	16.45-20.15	C209	Adjungaatti, Yht.ryhmän ratkaisujen määrä, Cramerin kaavat	L39,L40,L41	
	ti	12.2.	16.45-20.15	C209	homogeeninen yhtälöryhmä, Markovin prosessi, Esimerkki	L42,L43,L44	
	ke	13.2.	16.45-20.15	B203	PNS-menetelmä, 2007v2, (ratk), 2011v2	L45,L46	
	la	16.2.	12.00-14.00	A202	2. välikoe		
nn	pv	pvm	12-15		1. tentti		
nn	pv	pvm	12-15		2. tentti		

Aiheet
ORMS.1030
Aikataulu
Materiaalia
Laskemisen historiaa

Kirjoja yms.

- Oma vanha peruskoulun tai lukion oppikirja.
- Kurssilla käytetty materiaali (verkkosivun linkit)
- Peruskoulun kertausmateriaali: ManMath (*http://www02.oph.fi/etalukio/opiskelumodulit/manmath/*)
- Etälukion pitkän matematiikan materiaali: Etälukio/maa (*http://www02.oph.fi/etalukio/maa.html*)
- Ruth Hasan – Tuula Kinnunen: *Talousmatematiikan perusteet*, Turun kauppakorkeakoulun julkaisuja, sarja B-1:1997, ISBN 951-738-898-5
- Markku Kallio, Pekka Korhonen, Seppo Salo: *Johdatus kvantitatiiviseen analyysiin taloustieteissä*, 2. painos, (Aalto yliopisto) Hakapaino Oy, Helsinki, 2000, ISBN 952-91-3027-9

Ennen kymmenjärjestelmää

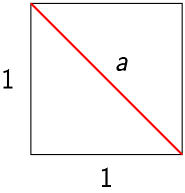
- 60-järjestelmä (Babylonia 2500eKr – Eurooppa 1200jKr)
- kaksinkertainen kirjanpito
- 60 on jaollinen luvuilla 2, 3, 5, 6, 10, 12, 15, 20 ja 30. $\longrightarrow$ murtoluvuilla laskeminen hallittiin hyvin
- Edelleen tunti jaetaan 60 minuuttiin ja minuutti 60 sekuntiin

Murtolukujen rooli

- Antiikin kreikkalainen Pythagoras (n. 580-500eKr) osoitti ettei kaikkia lukuja voida ilmaista murtolukuina
- Pythagoraalle kysymys oli tavattoman suuri, sillä hän oli perustanut uskonnollis-poliittisen liikkeen ja pyrki valtaan. Liikkeen motto oli, että ”kaikki maailmassa voidaan ilmaista kokonaislukujen suhteina”.

Aiheet
ORMS.1030
Aikataulu
Materiaalia
Laskemisen historiaa

Olkoon a neliön lävistäjä, kun neliön sivu on 1.



Pythagoran lauseen mukaan

$$a^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

Jos nyt a on murtoluku $a = m/n$, missä m ja n ovat keskenään jaottomat, niin

$$\begin{aligned} \frac{m^2}{n^2} &= 2 \\ \Leftrightarrow m^2 &= 2n^2 && \rightarrow \text{m on parillinen, } (m = 2k) \\ \Leftrightarrow (2k)^2 &= 2n^2 \\ \Leftrightarrow 2k \cdot 2k &= 2n \cdot n \\ \Leftrightarrow 2k^2 &= n^2 && \rightarrow \text{n on parillinen!?!?!} \end{aligned}$$

Aiheet
ORMS.1030
Aikataulu
Materiaalia
Laskemisen historiaa

Laskemisen historiaa (3/5)

Johtopäätös edellisestä oli:
"On olemassa lukuja, jotka eivät ole murtolukuja". Nykyään niitä sanotaan irrationaaliluvuiksi ($\sqrt{2}$, π, e, jne.)

Kymmenjärjestelmä

- Keksittiin Intiassa n. 500 jKr
- Arabialainen matemaatikko al-Khowarizmi Bagdadilainen n. 825jKr otti käyttöön symbolin 0
- Samarkandilainen astronomi al-Kashi otti käyttöön kymmenkantaisen negatiivisen eksponentin n. 1400jKr
- Skotlantilainen John Napier alkoi v. 1617 käyttää desimaalipilkkua sen nykyisessä merkityksessä
- 

Laskeminen oli nyt helppoa.

Kompleksiluvut

- Onko olemassa luku i, jolle $i^2 = -1$, eli onko olemassa

$$i = \sqrt{-1}$$

- Useimmat pitivät ajatusta ihan pöhkönä. Alettiin etsiä ristiriitaa. Ristiriitaa ei tullut!
- sovittiin, että kompleksilukuja $a + ib$ ja $c + id$ merkitään lukupareina (a,b) ja (c,d) ja lisäksi sovittiin laskutoimitukset

$$\begin{aligned}(a,b)+(c,d) &= (a+c, b+d)\\ (a,b)\cdot(c,d) &= (ac-bd, ad+bc)\end{aligned}$$

- OUTOA, MUTTA EI ENÄÄ JÄRJENVASTAISTA!

Aiheet
ORMS.1030
Aikataulu
Materiaalia
Laskemisen historiaa

- ”järjetön käsite” muuttui ”melko yksinkertaisiksi” olioiksi, joille on määritelty ”aika erikoiset” laskutoimitukset
- $\longrightarrow$ 

kvanttifysiikka, atomipommi, tietokoneet, kännykkä, jne.
- ryhmät, renkaat, kunnat, algebrat, joukot, avaruudet (abstrakteja struktuureja).
- Saatiin lopullisia ratkaisuja 4000 vuotta vanhoihin ongelmiin! (Viidennen asteen yhtälön ratkaisukaava.)

Semanttinen paradoksi.

- Määritellään luku a siten, että
  ”se on pienin kokonaisluku, jota ei voi määritellä vähemmällä kuin 13 sanalla”.
- Koska kielessä on äärellinen määrä sanoja, on myös vain äärellinen määrä tapoja asettaa 13 sanaa peräkkäin. On siis olemassa lukuja, joita ei voi määritellä 13 sanalla. On helppo perustella, että tässä joukossa on pienin. Siis luvun a määritelmä näyttäisi olevan kunnossa.
- Paradoksi syntyy siitä, että tulimme edellä määritelleeksi luvun a käyttäen vain 12 sanaa!
- Johtopäätös: matematiikassa tulee arkikielen sijasta käyttää formaalia kieltä.

Aiheet
ORMS.1030
Aikataulu
Materiaalia
Laskemisen historiaa

Aiheet
ORMS.1030
Aikataulu
Materiaalia
Laskemisen historiaa

Russell'n paradoksi.

- Voiko joukko olla itsensä alkio? Ilmeisesti "kaikkien joukkojen joukko" on itsensä alkio.
- Bertrand Russel määritteli joukon

$$Ru = \{x|x \notin x\},$$

eli *Ru* muodostuu kaikista niistä olioista, jotka eivät ole itsensä alkioita).
Onko *Ru* itsensä alkio?

- Jos *Ru* on itsensä alkio, niin se toteuttaa joukon määrittelevän ehdon eli $Ru \notin Ru$ (ei ole itsensä alkio).
- Jos *Ru* ei ole itsensä alkio, niin se ei toteuta joukon määrittelevää ehtoa eli *Ru* on itsensä alkio.
- Kumpikin vaihtoehto johtaa ristiriitaan. $\longrightarrow$

Johtopäätös: kaikkien joukkojen joukko on mieletön ajatus!

Aiheet
ORMS.1030
Aikataulu
Materiaalia
Laskemisen historiaa

Matematiikka tänään

- Matematiikan kieli on Formaali logiikka & Joukko-oppi
- Tutkii struktuureja ja algoritmeja
- Käytännöllisiä sovelluksia, joiden taustalla oleva teoria kimuranttia
- Tietokoneet mahdollistavat uusia sovelluksia