

Populaatio ja siirtymätodennäköisyydet

Mallin rakentaminen

Mallin simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino

Aiheet

Populaatio ja siirtymätodennäköisyydet

Mallin rakentaminen

Mallin simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino

Teemme mallin markkinaosuuden kehityksestä.

- ▶ Kaupungissa on 10000 taloutta, jotka ostavat kerran päivässä litran laktoositonta maitoa.
- ▶ Tarjolla on ollut kaksi perinteistä tuotemerkkiä. "A-lakto", jota käyttää 8000 taloutta ja "Himalaya", jota käyttää 2000 taloutta.
- ▶ Tuomme markkinoille kolmannen tuotemerkin "NouLa", jonka käyttäjämäärä alussa on 0.
- ▶ Kun NouLa on tuotu kaappoihin, alkaa markkinaosuuksien vähittäinen muuttuminen. Tämän dynamiikan kuvaamme seuraavaksi.

Aiheet

Populaatio ja siirtymätodennäköisyydet

Mallin rakentaminen

Mallin simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino

Jaamme asiakaspopulaation kolmeen segmenttiin "N", "A" ja "H".

N

0

A

8000

H

2000

Eri segmenttien välillä tapahtuu, siirtymiä seuraavasti:

Aiheet

Populaatio ja siirtymätodennäköisyydet

Mallin rakentaminen

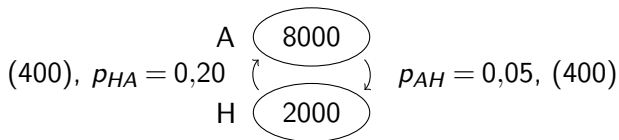
Mallin simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino

Kirjaamme ensin tutkittua tietoa:

- ▶ "A-lakto" -tuote on kahdesta perinteisestä parempi. Sen käyttäjistä 95% on ostanut seuraavallakin kerralla samaa tuotetta ja 5% ostanut toista tuotetta. (5% A:n käyttäjistä on kyllä harkinnut vaihtamista, mutta eivät sitä tee, koska tietävät H:n huonommaksi.)
- ▶ "Himalaya":n käyttäjistä 80% on pysynyt ja 20% on vaihtanut.
- ▶ kuvaan on merkitty siirtymä-todennäköisyydet ja siirtyjien määrät



Aiheet

Populaatio ja siirtymätodennäköisyydet

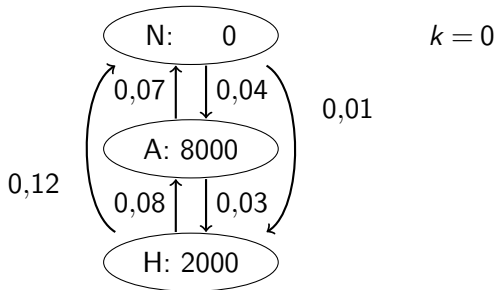
Mallin rakentaminen

Mallin simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino

Teemme seuraavaksi arvioita uudesta tilanteesta, kun NouLa on juuri tuotu markkinoille:



Yhden askelen (1 päivä) jälkeen eri segmenttien suuruuksien odotusarvot ovat:

$$n_1^1 = \underbrace{0,95 \cdot 0}_{N \rightarrow N} + \underbrace{0,07 * 8000}_{A \rightarrow N} + \underbrace{0,12 * 2000}_{H \rightarrow N} = 800$$

Aiheet

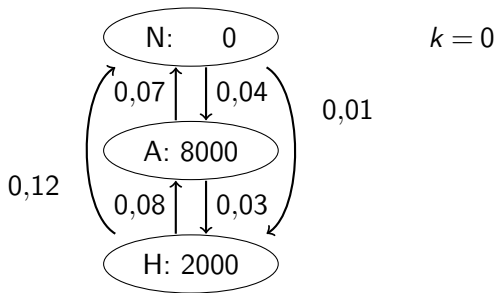
Populaatio ja siirtymätodennäköisyydet

Mallin rakentaminen

Mallin simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino



$$n_1^1 = \underbrace{0,95 \cdot 0}_{N \rightarrow N} + \underbrace{0,07 \cdot 8000}_{A \rightarrow N} + \underbrace{0,12 \cdot 2000}_{H \rightarrow N} = 800$$

$$n_2^1 = \underbrace{0,04 \cdot 0}_{N \rightarrow A} + \underbrace{0,90 \cdot 8000}_{A \rightarrow A} + \underbrace{0,08 \cdot 2000}_{H \rightarrow A} = 7360$$

$$n_3^1 = \underbrace{0,01 \cdot 0}_{N \rightarrow A} + \underbrace{0,03 \cdot 8000}_{A \rightarrow A} + \underbrace{0,80 \cdot 2000}_{H \rightarrow A} = 1840$$

Aiheet

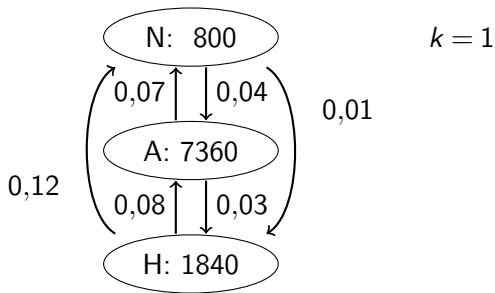
Populaatio ja siirtymätodennäköisyydet

Mallin rakentaminen

Mallin simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino



$$n_1^2 = \underbrace{0,95 \cdot 800}_{N \rightarrow N} + \underbrace{0,07 \cdot 7360}_{A \rightarrow N} + \underbrace{0,12 \cdot 1840}_{H \rightarrow N} = 1496$$

$$n_2^2 = \underbrace{0,04 \cdot 800}_{N \rightarrow A} + \underbrace{0,90 \cdot 7360}_{A \rightarrow A} + \underbrace{0,08 \cdot 1840}_{H \rightarrow A} = 6803$$

$$n_3^2 = \underbrace{0,01 \cdot 800}_{N \rightarrow A} + \underbrace{0,03 \cdot 7360}_{A \rightarrow A} + \underbrace{0,80 \cdot 1840}_{H \rightarrow A} = 1700$$

Aiheet

Populaatio ja siirtymätodennäköisyydet

Mallin rakentaminen

Mallin simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino

$$n_1^2 = \underbrace{0,95 \cdot 800}_{N \rightarrow N} + \underbrace{0,07 \cdot 7360}_{A \rightarrow N} + \underbrace{0,12 \cdot 1840}_{H \rightarrow N} = 1496$$

$$n_2^2 = \underbrace{0,04 \cdot 800}_{N \rightarrow A} + \underbrace{0,90 \cdot 7360}_{A \rightarrow A} + \underbrace{0,08 \cdot 1840}_{H \rightarrow A} = 6803$$

$$n_3^2 = \underbrace{0,01 \cdot 800}_{N \rightarrow A} + \underbrace{0,03 \cdot 7360}_{A \rightarrow A} + \underbrace{0,80 \cdot 1840}_{H \rightarrow A} = 1700$$

$$\vec{n}^2 = \underbrace{\begin{pmatrix} 0,95 & 0,07 & 0,12 \\ 0,04 & 0,90 & 0,08 \\ 0,01 & 0,03 & 0,80 \end{pmatrix}}_{\mathbf{P}} \begin{pmatrix} 800 \\ 7360 \\ 1840 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1496 \\ 6803 \\ 1701 \end{pmatrix}$$

Aiheet

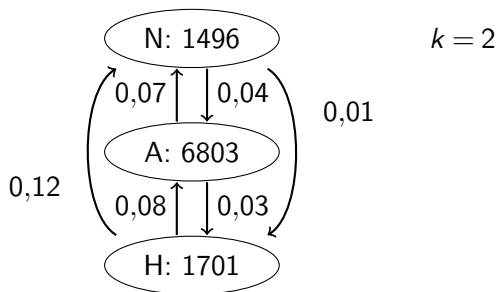
Populaatio ja siirtymätodennäköisyydet

Mallin rakentaminen

Mallin simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino



$$\vec{n}^3 = \begin{pmatrix} 0,95 & 0,07 & 0,12 \\ 0,04 & 0,90 & 0,08 \\ 0,01 & 0,03 & 0,80 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1496 \\ 6803 \\ 1701 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2102 \\ 6319 \\ 1579 \end{pmatrix}$$

Aiheet

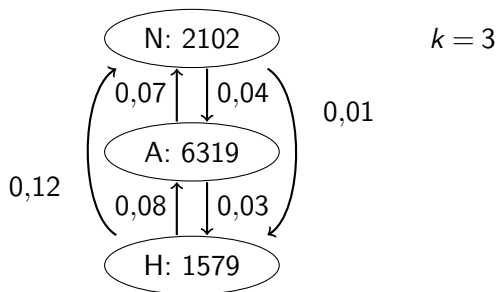
Populaatio ja siirtymätodennäköisyydet

Mallin rakentaminen

Mallin simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino



$$\vec{n}^4 = \begin{pmatrix} 0,95 & 0,07 & 0,12 \\ 0,04 & 0,90 & 0,08 \\ 0,01 & 0,03 & 0,80 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2102 \\ 6319 \\ 1579 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2629 \\ 5898 \\ 1473 \end{pmatrix}$$

Aiheet

Populaatio ja siirtymätodennäköisyydet

Mallin rakentaminen

Mallin simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino

Aiheet

Populaatio ja siirtymätodennäköisyydet

Mallin rakentaminen

Mallin simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino

Toteutamme Excelillä rekursiokaavat

$\vec{n}^{k+1} = \mathbf{P}\vec{n}^k$, missä

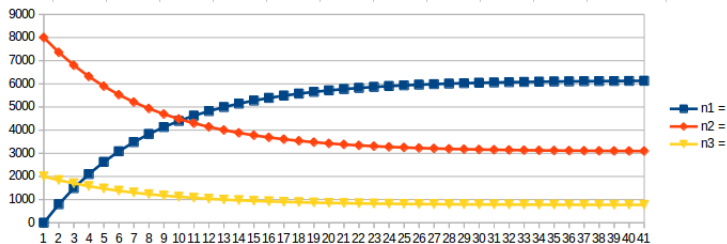
$$\vec{n}^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 8000 \\ 2000 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0,95 & 0,07 & 0,12 \\ 0,04 & 0,90 & 0,08 \\ 0,01 & 0,03 & 0,80 \end{pmatrix}.$$

Aiheet

Populaatio ja
 ymätodennä-
 yydet
 lin
 entaminen
 lin
 uloiminen
 ulointi Excelillä
 apaino

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2		0.95	0.07	0.12									
3	P=	0.04	0.90	0.08									
4		0.01	0.03	0.80									
5													
6	k=	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
7													
8	n1=	0	800	1496	2101.52	2628.32	3086.64	3485.38	3832.28	4134.08	4396.65	4625.08668	4823.82541
9	n2=	8000	7360	6803.2	6318.78	5897.34	5530.69	5211.7	4934.18	4692.73	4482.68	4299.93065	4140.93967
10	n3=	2000	1840	1700.8	1579.7	1474.34	1382.67	1302.92	1233.54	1173.18	1120.67	1074.98266	1035.23492

Kaava soluissa C8:C10
 =MMULT(\$B\$2:\$D\$4,B8:B10)



Simulointi osoittaa, että NouLa:n myyntimäärät kasvavat, mutta kasvu tasaantuu noin kuuteen tuhanteen. A-lakto:n ja Himalaya:n myyntiluvut pienenevät ja lopulta päädytään tasapainotilanteeseen, jossa siirtyvien asiakastalouksien määrät ovat tasapainossa

Tasapainoa kuvaavat yhtälöt

$$\begin{cases} \mathbf{P}\vec{n} = \vec{n} \\ n_1 + n_2 + n_3 = 10000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0,95n_1 + 0,07n_2 + 0,12n_3 = n_1 \\ 0,04n_1 + 0,90n_2 + 0,08n_3 = n_2 \\ 0,01n_1 + 0,03n_2 + 0,80n_3 = n_3 \\ n_1 + n_2 + n_3 = 10000 \end{cases}$$

Aiheet

Populaatio ja siirtymätodennäköisyydet

Mallin rakentaminen

Mallin simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino

$$\begin{cases} \mathbf{P}\vec{n} = \vec{n} \\ n_1 + n_2 + n_3 = 10000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0,95n_1 + 0,07n_2 + 0,12n_3 = n_1 \\ 0,04n_1 + 0,90n_2 + 0,08n_3 = n_2 \\ 0,01n_1 + 0,03n_2 + 0,80n_3 = n_3 \\ n_1 + n_2 + n_3 = 10000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -0,05n_1 + 0,07n_2 + 0,12n_3 = 0 \\ 0,04n_1 - 0,10n_2 + 0,08n_3 = 0 \\ 0,01n_1 + 0,03n_2 - 0,20n_3 = 0 \\ n_1 + n_2 + n_3 = 10000 \end{cases} \begin{array}{l} *1 \\ *1 \\ \leftarrow ++ \\ \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -0,05n_1 + 0,07n_2 + 0,12n_3 = 0 \\ 0,04n_1 - 0,10n_2 + 0,08n_3 = 0 \\ 0,00n_1 + 0,00n_2 + 0,00n_3 = 0 \\ n_1 + n_2 + n_3 = 10000 \end{cases} \begin{array}{l} *20 \\ *25 \\ \text{pois} \end{array}$$

Aiheet

Populaatio ja siirtymätodennäköisyydet

Mallin rakentaminen

Mallin simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1,0 & 1,4 & 2,4 & 0 \\ 1,0 & -2,5 & 2,0 & 0 \\ 1,0 & 1,0 & 1,0 & 10000 \\ -1,0 & 1,4 & 2,4 & 0 \\ 0 & -1,1 & 4,4 & 0 \\ 0 & 2,4 & 3,4 & 10000 \\ -1,0 & 1,4 & 2,4 & 0 \\ 0 & -1,1 & 4,4 & 0 \\ 0 & 0 & 13,0 & 10000 \end{array} \right) \begin{array}{l} *1 \quad *1 \\ \leftarrow + \\ \quad \quad \leftarrow + \\ *2,4/1,1 \\ \quad \quad \leftarrow + \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -1,0n_1 + 1,4n_2 + 2,4n_3 = 0 \quad (1) \\ \quad \quad -1,1n_2 + 4,4n_3 = 0 \quad (2) \\ \quad \quad \quad \quad 13,0n_3 = 10000 \quad (3) \end{array} \right.$$

Aiheet

 Populaatio ja
siirtymätodennä-
köisyydet

 Mallin
rakentaminen

 Mallin
simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino

Aiheet

Populaatio ja siirtymätodennäköisyydet

Mallin rakentaminen

Mallin simuloiminen

Simulointi Excelillä

Tasapaino

Siis tasapainossa

$$\begin{cases} -1,0n_1 + 1,4n_2 + 2,4n_3 = 0 & (1) \\ -1,1n_2 + 4,4n_3 = 0 & (2) \\ 13,0n_3 = 10000 & (3) \end{cases}$$

$$(3) \rightarrow n_3 = \frac{1}{13} \cdot 10000 = 769,23$$

$$(2) \rightarrow n_2 = \frac{4}{13} \cdot 10000 = 3076,92$$

$$\rightarrow n_3 = \frac{8}{13} \cdot 10000 = 6153,85$$