

**Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030****7. harjoitus, viikko 10 (2.-6.3.2015)**

R1	ma	08-10	D115	R5	ti	14-16	C209
R2	ma	14-16	B209	R6	to	10-12	C209
R3	ti	08-10	C209	R7	pe	08-10	D115
R4	ti	12-14	C209	R8	pe	10-12	D115

**1. Laske integraalit**

a)  $\int (3x^2 + 4x + 7) dx$ ,      b)  $\int_2^5 (4x - 2) dx$

a)  $\int (3x^2 + 4x + 7) dx = x^3 + 2x^2 + 7x + C$

b)  $\int_2^5 (4x - 2) dx = \frac{1}{2} (2x^2 - 2x)$   
 $= (2 \cdot 5^2 - 2 \cdot 5) - (2 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2)$   
 $= (50 - 10) - (8 - 4)$   
 $= 40 - 4$   
 $= \underline{36}$

**2. Projektin perusinvestointi on  $H = 2800\text{€}$ . Syntyvän jatkuvan kassavirran voimakkuus on  $k = 100\text{€}/\text{kk}$ . Kassavirta alkaa hetkellä  $t_1 = 0$  (vuotta) ja päättyy hetkellä  $t_2 = 2,5$  (vuotta). Jäännösarvo on  $JA = +500\text{€}$ . Laskentakorkokanta on 6% (p.a.) eli  $\rho = \ln(1,06) \frac{1}{\text{vuosi}}$ . Jatkuvan korkolaskun mukaan projektin NettoNykyArvo on**

$$NNA = -H + \int_{t_1}^{t_2} e^{-\rho t} k(t) dt + e^{-\rho t_2} JA = -H + \frac{k}{\rho} (e^{-\rho t_1} - e^{-\rho t_2}) + e^{-\rho t_2} JA.$$

- a) Laske NNA, kun ( $k = 1200\text{€}/\text{vuosi}$ ,  $\rho = \ln(1,06) \frac{1}{\text{vuosi}}$ ,  $t_1 = 0$  vuotta  $t_2 = 2,5$  vuotta )  
 b) Laske NNA, kun ( $k = 100\text{€}/\text{kk}$ ,  $\rho = \ln(1,06^{1/12}) \frac{1}{\text{kk}}$ ,  $t_1 = 0$  kk  $t_2 = 30$  kk )  
 c) Mitä voit sanoa sisäisestä korkokannasta?

a)  $\frac{k}{\rho} = \frac{1200 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}}{\ln(1,06) \frac{1}{\text{vuosi}}} = \frac{1200}{\ln 1,06} \text{€}$

$$e^{-\rho t_1} = \exp(-\ln(1,06) \frac{1}{\text{vuosi}} \cdot 0 \text{ vuotta}) = \exp(0) = 1$$

$$e^{-\rho t_2} = \exp(-\ln(1,06) \frac{1}{\text{vuosi}} \cdot 2,5 \text{ vuotta}) = 1,06^{-2,5}$$

$$\therefore NNA = -H + \frac{k}{\rho} (e^{-\rho t_1} - e^{-\rho t_2}) + e^{-\rho t_2} JA$$

$$= -2800 \text{€} + \frac{1200 \text{€}}{\ln 1,06} (1 - 1,06^{-2,5}) + \frac{500 \text{€}}{1,06^{2,5}}$$

$$= 423,95 \text{€}$$

$$b) \frac{k}{s} = \frac{100 \frac{\text{€}}{\text{kk}}}{\ln(1,06^{1/12}) \cdot \frac{1}{\text{kk}}} = \frac{100 \text{ €}}{\frac{1}{12} \ln 1,06}$$

$$e^{-st_1} = \exp(-\ln(1,06^{1/12}) \cdot \frac{1}{\text{kk}} \cdot 0 \text{kk}) = 1$$

$$e^{-st_2} = \exp(-\ln(1,06^{1/12}) \cdot \frac{1}{\text{kk}} \cdot 30 \text{kk}) = \exp(-\frac{1}{12} \ln 1,06 \cdot 30) = \exp(\ln 1,06 \cdot (-\frac{30}{12})) = 1,06^{-30/12}$$

$$NNA = -2800 \text{ €} + \frac{100 \text{ €}}{\frac{1}{12} \ln 1,06} (1 - 1,06^{-30/12}) + \frac{400}{1,06^{30/12}} = 423,97 \text{ €}$$

$$c) i_{\text{sis}} > 6\%$$

3. Verrataan kahta projektia. Projektin A perusinvestointi on 2000€ ja se tuottaa kahden vuoden ajan 100€/kk. Projektin B perusinvestointi on 16000€ ja se tuottaa kymmenen vuoden ajan 200€/kk. Kassavirroissa on huomioitu vain liiketoiminnan tuotot ja kustannukset. Rahoitusmenoja ei ole vielä laskettu mukaan. Laske projektien nettonykyarvot, kun laskentakorko on 8% (todellinen vuosikorko). Ovatko projektit kannattavia?

$$NNA_A = -2000 \text{ €} + \sum_{t=1}^{24} \frac{100 \text{ €}}{1,08^{t/12}} = -2000 \text{ €} + \frac{(1,08^{24/12} - 1)}{[1,08^{1/12} - 1]} \cdot 100 \text{ €} = 217,29 \text{ €}$$

$$NNA_B = -16000 \text{ €} + \sum_{t=1}^{120} \frac{200 \text{ €}}{1,08^{t/12}} = -16000 \text{ €} + \frac{(1,08^{120/12} - 1)}{[1,08^{1/12} - 1]} \cdot 200 \text{ €} = 686,48 \text{ €}$$

Projektit ovat kannattavia 8% laskenta-

4. Suhteellinen nykyarvo määritellään kaavalla:

$$\text{suhteellinen nykyarvo} = SNA = \frac{\text{tulovirrannykyarvo}}{\text{kustannusvirrannykyarvo}}$$

Laske tehtävän 3 projekteille suhteelliset nettonykyarvot. Kumpi projekteista on kannattavampi?

Edellisen tehtävän perusteella

$$SNA_A = \frac{NA(\text{tulo})}{NA(\text{meno})} = \frac{2217,29\text{€}}{2000\text{€}} = 1,109$$

$$SNA_B = \frac{NA(\text{tulo})}{NA(\text{meno})} = \frac{16686,48\text{€}}{16000\text{€}} = 1,043$$

A on kannattavampi

5. Laske Excelin IRR-funktion avulla tehtävän 3 projekteille sisäiset korkokannat (per annum). Kumpi nyt tuntuu kannattavammalta?

Excel  $i_{sis,A} = 19,7\%$  ks. viim. sivu  
 $i_{sis,B} = 9,0\%$

∴ A on kannattavampi

6. a) Laske pääoman tuottoasteet  $ROI_{II}$  tehtävän 3 projekteille. (Tulokset eivät välttämättä ole järkeviä, sillä ROI on hyvä kannattavuuden mittari vain pitkälle projektille.) Kumpi nyt tuntuu kannattavammalta?

b) Laske tehtävän 3 projekteille seuraava  $ROI_I$ :n tapainen tunnusluku:

$$\text{myRate} = \frac{k_a - b_a}{H/2} \cdot 100\%$$

missä  $k_a$  on vuodessa kertynyt nettokassakertymä (A: 1200€, B: 2400€),  $b_a$  on vuodessa hoidettavat pääoman palautukset (A: 1000€, B: 1600€), ja  $H/2$  on keskimäärin sidottu pääoma (A: 1000€, B: 8000€).

$$a) ROI_{II,A} = \frac{12 \cdot 100\text{€}}{2000\text{€}} \cdot 100\% = 60\%$$

?!?. ( $i_{sis} = 19,7\%$ )

$$ROI_{II,B} = \frac{12 \cdot 200\text{€}}{16000\text{€}} \cdot 100\% = 15\%$$

?!?. ( $i_{sis} = 9,0\%$ )

$$p) \text{ my Rate}_A = \frac{1200 \text{ €} - 1000 \text{ €}}{2000 \text{ €} / 2} \cdot 100\% = 20\% \text{ ok}$$

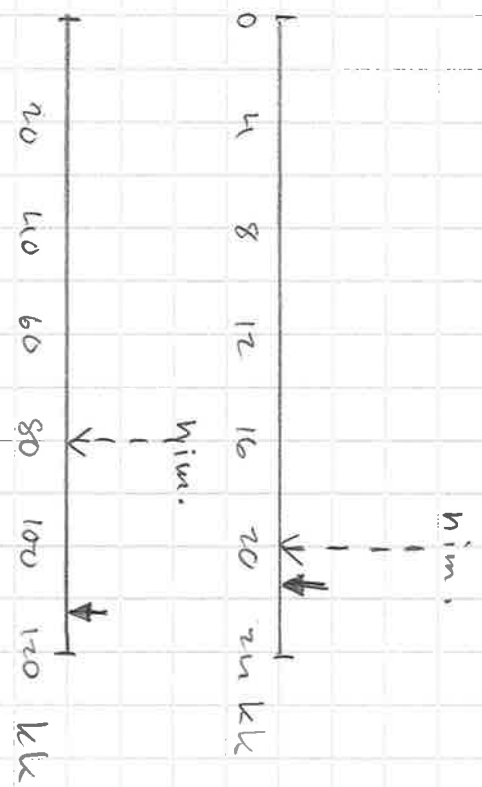
$$\text{my Rate}_B = \frac{2400 \text{ €} - 1600 \text{ €}}{16000 \text{ €} / 2} \cdot 100\% = 10\% \text{ ok}$$

7. Laske takaisinmaksuajat tehtävän 3 projekteille. Kumpi nyt tuntuu kannattavammalta?

$$\text{kaavot } n = \frac{\ln(k/(k-iH))}{\ln(1+i)}$$

$$n_A = \frac{\ln\left(\frac{100 \text{ €}}{100 \text{ €} - [1,08^{1/2} - 1] \cdot 2000 \text{ €}}\right)}{\ln(1,08^{1/2})} = 2,15 \text{ lk}$$

$$n_B = \frac{\ln\left(\frac{200 \text{ €}}{(200 \text{ €} - [1,08^{1/2} - 1] \cdot 16000 \text{ €})}\right)}{\ln(1,08^{1/2})} = 112,7 \text{ lk}$$



A on kannattavampi (?)

	B	C	D	E	F
2					
3	i_kk =	1,513 % (=IRR(C6:C30) )		i_kk =	0,724 % (=IRR(F6:F30) )
4	i_sis =	0,197469 (= (1+C3)^12-1 )		i_sis =	0,090438 (= (1+F3)^12-1 )
5					
6	0	-2000		0	-16000
7	1	100		1	200
8	2	100		2	200
9	3	100		3	200
	4	100		4	200
	5	100		5	200
	6	100		6	200
	7	100		7	200
	8	100		8	200
	9	100		9	200
	10	100		10	200
	11	100		11	200
	12	100		12	200
	13	100		13	200
	14	100		14	200
	15	100		15	200
	16	100		16	200
	17	100		17	200
	18	100		18	200
	19	100		19	200
	20	100		20	200
	21	100		21	200
	22	100		22	200
	23	100		23	200
	24	100		24	200
				25	200
				26	200
				27	200
				28	200
				29	200
				30	200
				31	200
				32	200
				33	200
				34	200
				35	200
				36	200
				37	200
				38	200
				39	200
				40	200
				41	200
				42	200
				43	200
				44	200