

Tasaerälaina ja osamaksukauppa

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Yleensä laskussa lähdetään todellisesta vuosikorosta.
Merkitään todellista vuosikorkokantaa kirjaimella i_a , jolloin vuosikorkotekijä on $(1 + i_a)$.

Yleensä laskussa lähdetään todellisesta vuosikorosta.
Merkitään todellista vuosikorkokantaa kirjaimella i_a , jolloin vuosikorkotekijä on $(1 + i_a)$.

Vuosi jaetaan s yhtäpitkään jaksoon. (Yleensä $s = 1, 2, 4, 12$ tai 360.)

Yleensä laskussa lähdetään todellisesta vuosikorosta.
Merkitään todellista vuosikorkokantaa kirjaimella i_a , jolloin vuosikorkotekijä on $(1 + i_a)$.

Vuosi jaetaan s yhtäpitkään jaksoon. (Yleensä $s = 1, 2, 4, 12$ tai 360.)

Todellisen vuosikoron kanssa yhteensopiva jaksoon liittyvä korkotekijä ja korkokanta ovat silloin.

$$\begin{aligned}(1 + i) &= (1 + i_a)^{1/s} \\ i &= [(1 + i_a)^{1/s} - 1]\end{aligned}$$

Yleensä laskussa lähdetään todellisesta vuosikorosta.
Merkitään todellista vuosikorkokantaa kirjaimella i_a , jolloin vuosikorkotekijä on $(1 + i_a)$.

Vuosi jaetaan s yhtäpitkään jaksoon. (Yleensä $s = 1, 2, 4, 12$ tai 360.)

Todellisen vuosikoron kanssa yhteensopiva jaksoon liittyvä korkotekijä ja korkokanta ovat silloin.

$$\begin{aligned}(1 + i) &= (1 + i_a)^{1/s} \\ i &= [(1 + i_a)^{1/s} - 1]\end{aligned}$$

Laina (tai osamaksukauppa) hoidetaan maksamalla n kertaa samansuuruinen erä, annuiteetti (osamaksuerä) k .

Kuoletuskerroin

$$C_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)} = \frac{[(1+i_a)^{1/s} - 1](1+i_a)^{n/s}}{((1+i_a)^{n/s} - 1)}$$

Kuoletuskerroin

$$c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)} = \frac{[(1+i_a)^{1/s} - 1](1+i_a)^{n/s}}{((1+i_a)^{n/s} - 1)}$$

Tasaerälainan annuiteetti on

$$k = c_{n,i}K_0,$$

misä $c_{n,i}$ on kuoletuskerroin ja K_0 on lainan määrä.

Kuoletuskerroin

$$c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)} = \frac{[(1+i_a)^{1/s} - 1](1+i_a)^{n/s}}{((1+i_a)^{n/s} - 1)}$$

Tasaerälainan annuiteetti on

$$k = c_{n,i}K_0,$$

missä $c_{n,i}$ on kuoletuskerroin ja K_0 on lainan määrä.

Osamaksukaupan osamaksuerä on

$$k = c_{n,i}(H - h + m),$$

missä H on käteishinta, h on käsiraha ja m on osamaksulisä.

Esimerkki 1

Yritys lainaa 4 000 € pankista. Laina-aika on 8 kuukautta, laina hoidetaan samansuuruisina kuukausierinä ja todellinen vuosikorko on 8.15%.

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 1

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Yritys lainaa 4 000 € pankista. Laina-aika on 8 kuukautta, laina hoidetaan samansuuruisina kuukausierinä ja todellinen vuosikorko on 8.15%.

Tehdään ratkaisu kolmessa vaiheessa

- (1) Selvitetään kuukausijakson korkokanta ja kuoletuskerroin
- (2) lasketaan kaavalla tasaerä $k = cK_0$.
- (3) tehdään nopea tarkistus $n \cdot k > K_0$.

Esimerkki 1

ratkaisu

(1)

$$(1 + i) = 1.0815^{1/12}$$

$$i = [1.0815^{1/12} - 1]$$

$$C_{n,i} = \frac{[1.0815^{1/12} - 1] \cdot 1.0815^{8/12}}{(1.0815^{8/12} - 1)}$$

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 1

ratkaisu

(1)

$$(1 + i) = 1.0815^{1/12}$$

$$i = [1.0815^{1/12} - 1]$$

$$c_{n,i} = \frac{[1.0815^{1/12} - 1] \cdot 1.0815^{8/12}}{(1.0815^{8/12} - 1)}$$

(2)

$$\begin{aligned} k &= c_{n,i}K_0 = \frac{[1.0815^{1/12} - 1] \cdot 1.0815^{8/12}}{(1.0815^{8/12} - 1)} \cdot 4\,000\text{€} \\ &= 514.85\text{€} \end{aligned}$$

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 1

ratkaisu

(1)

$$(1 + i) = 1.0815^{1/12}$$

$$i = [1.0815^{1/12} - 1]$$

$$c_{n,i} = \frac{[1.0815^{1/12} - 1] \cdot 1.0815^{8/12}}{(1.0815^{8/12} - 1)}$$

(2)

$$\begin{aligned} k &= c_{n,i} K_0 = \frac{[1.0815^{1/12} - 1] \cdot 1.0815^{8/12}}{(1.0815^{8/12} - 1)} \cdot 4\,000\text{€} \\ &= 514.85\text{€} \end{aligned}$$

(3) Nopea tarkistus $n \cdot k = 8 \cdot 514.85\text{€} = 4\,118.80\text{€}$

OK

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 2

Yritys lainaa 10 000 € pankista. Laina-aika on kaksi vuotta, laina hoidetaan samansuuruisina erinä neljännesvuosittain ja todellinen vuosikorko on 8.15%.

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 2

Yritys lainaa 10 000 € pankista. Laina-aika on kaksi vuotta, laina hoidetaan samansuuruisina erinä neljännesvuosittain ja todellinen vuosikorko on 8.15%.

Nyt $n = 8$ ja

$$(1 + i) = 1.0815^{1/4}$$

$$i = [1.0815^{1/4} - 1]$$

$$C_{n,i} = \frac{[1.0815^{1/4} - 1] \cdot 1.0815^{8/4}}{(1.0815^{8/4} - 1)}$$

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 2

Yritys lainaa 10 000 € pankista. Laina-aika on kaksi vuotta, laina hoidetaan samansuuruisina erinä neljännesvuosittain ja todellinen vuosikorko on 8.15%.

Nyt $n = 8$ ja

$$(1 + i) = 1.0815^{1/4}$$

$$i = [1.0815^{1/4} - 1]$$

$$c_{n,i} = \frac{[1.0815^{1/4} - 1] \cdot 1.0815^{8/4}}{(1.0815^{8/4} - 1)}$$

$$\begin{aligned} k &= c_{n,i} K_0 = \frac{[1.0815^{1/4} - 1] \cdot 1.0815^{8/4}}{(1.0815^{8/4} - 1)} \cdot 10\,000 \text{€} \\ &= 1\,363.81 \text{€} \end{aligned}$$

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 2

Yritys lainaa 10 000 € pankista. Laina-aika on kaksi vuotta, laina hoidetaan samansuuruisina erinä neljännesvuosittain ja todellinen vuosikorko on 8.15%.

Nyt $n = 8$ ja

$$(1 + i) = 1.0815^{1/4}$$

$$i = [1.0815^{1/4} - 1]$$

$$c_{n,i} = \frac{[1.0815^{1/4} - 1] \cdot 1.0815^{8/4}}{(1.0815^{8/4} - 1)}$$

$$\begin{aligned} k &= c_{n,i} K_0 = \frac{[1.0815^{1/4} - 1] \cdot 1.0815^{8/4}}{(1.0815^{8/4} - 1)} \cdot 10\,000 \text{€} \\ &= 1\,363.81 \text{€} \end{aligned}$$

Nopea tarkistus $n \cdot k = 8 \cdot 1\,363.81 \text{€} = 10\,910.48 \text{€}$

OK

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

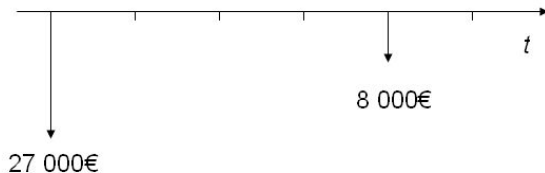
Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 3

Yritys ostaa maalaus-laitteiston. Laitteiston osto maksaa 27 000€ . Laitteistoa käytetään neljä vuotta, minkä jälkeen laitteisto tulee purkaa ja ympäristöön joutuneet kemikaalit tulee poistaa. Laitteiston purku ja ympäristön puhdistaminen maksavat 8 000€ . Menot jaksetetaan laitteiston käyttöajalle ja Laskentakorko on 7.50% (vuosikorko).



Kuva: Kassavirta (jaksona vuosi).

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

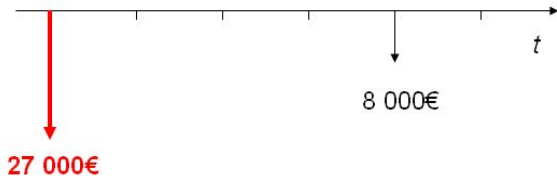
Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 3

Ostohinnan jaksotus



Ostohinta saadaan jaksotettua kuukausittaiseksi menoksi tasaerälainalla. Annuiteetti on

$$k_1 = c_{n,i} \cdot 27\,000\text{€} = \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)} \cdot 27\,000\text{€}$$

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

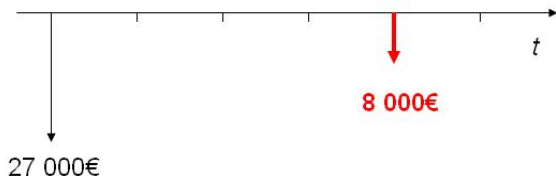
Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 3

Purku- ja siivousmenojen jaksotus



Purkukustannukset saadaan hoidettua, jos joka kuun lopussa talletetaan korolliselle tilille summa k_2 siten, että

$$s_{n,i} k_2 = 8\,000\text{€}$$

$$\Leftrightarrow k_2 = \frac{1}{s_{n,i}} \cdot 8\,000\text{€} = \frac{i}{((1+i)^n - 1)} \cdot 8\,000\text{€}$$

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

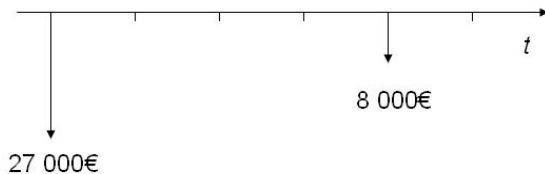
Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 3

kokonaiskustannus/kk



Kuukausikustannus on siis

$$\begin{aligned}k_1 + k_2 &= \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)} \cdot 27\,000\text{€} + \frac{i}{((1+i)^n - 1)} \cdot 8\,000\text{€} \\ &= \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)} \cdot \left(27\,000\text{€} + \frac{8\,000\text{€}}{(1+i)^n} \right)\end{aligned}$$

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 3

kustannus/kk

$$\begin{aligned}k_1 + k_2 &= \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)} \cdot 27\,000\text{€} + \frac{i}{((1+i)^n - 1)} \cdot 8\,000\text{€} \\&= \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)} \cdot \left(27\,000\text{€} + \frac{8\,000\text{€}}{(1+i)^n} \right) \\&= \frac{[1.075^{1/12} - 1] \cdot 1.075^4}{1.075^4 - 1} \cdot \left(27\,000\text{€} + \frac{8\,000\text{€}}{1.075^4} \right) \\&= 0.024064218 \cdot (27\,000\text{€} + 5990.40\text{€}) = 793.89\text{€}\end{aligned}$$

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

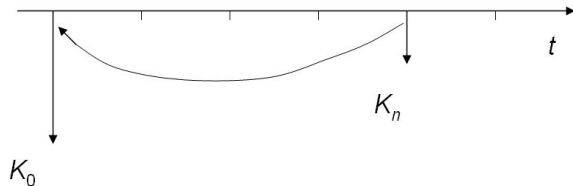
Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 3

Kaavana



Kuukausikustannus on siis

$$k_1 + k_2 = c_{n,i} \cdot \left(K_0 + \frac{K_n}{(1+i)^n} \right)$$

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Valinta kahdesta.

Kaava

Yritys ostaa tuotantolaitteiston. Tarjolla on kaksi vaihtoehtoa, joista tulee valita edullisempi. Valinta perustuu neljän asiaan:

- (1) ostohinta p (€ /kpl)
- (2) käyttökustannus k (€ /kk)
- (3) koneen käyttöaika n (kk)
- (4) laskentakorko i_a

Kummankin laitteiston osalta lasketaan käyttöajalle jaksotettu kustannus (€ /kk)

$$c = c_{n,i}p + k$$

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 4.

Vaihtoehdot

Yritys ostaa ohutlevy-leikkurin. Yritys on saanut kaksi tarjousta, joiden oleelliset erot käyvät ilmi seuraavasta taulukosta. Laskentakorkona käytetään todellista vuosikorkoa 15,0%.

kone	ostohinta (€)	käyttökust (€ /kk)	käyttöikä (kk)
A	1 500	120	36
B	3 000	130	48

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 4.

Ratkaisu

$$(1 + i) = 1.15^{1/12} \rightarrow (1 + i)^n = 1.15^{n/12}$$

kone	ostohinta (€)	käyttökust (€ /kk)	käyttöikä (kk)
A	1 500	120	36
B	3 000	130	48

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 4.

Ratkaisu

$$(1 + i) = 1.15^{1/12} \rightarrow (1 + i)^n = 1.15^{n/12}$$

kone	ostohinta (€)	käyttökust (€ /kk)	käyttöikä (kk)
A	1 500	120	36
B	3 000	130	48

$$C_A = \frac{i(1+i)^{36}}{((1+i)^{36} - 1)} \cdot 1\,500\text{€} + 120\text{€} = 171.31\text{€}$$

$$C_B = \frac{i(1+i)^{48}}{((1+i)^{48} - 1)} \cdot 3\,000\text{€} + 130\text{€} = 165.14\text{€}$$

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.

Esimerkki 4.

Ratkaisu

$$(1 + i) = 1.15^{1/12} \rightarrow (1 + i)^n = 1.15^{n/12}$$

kone	ostohinta (€)	käyttökust (€ /kk)	käyttöikä (kk)
A	1 500	120	36
B	3 000	130	48

$$C_A = \frac{i(1+i)^{36}}{((1+i)^{36} - 1)} \cdot 1\,500\text{€} + 120\text{€} = 171.31\text{€}$$

$$C_B = \frac{i(1+i)^{48}}{((1+i)^{48} - 1)} \cdot 3\,000\text{€} + 130\text{€} = 165.14\text{€}$$

Edullisempi on siis vaihtoehto B.

Aiheet 5.2.2009

Kaavat

Esimerkki 1

Esimerkki 2

Esimerkki 3

Valinta kahdesta

Esimerkki 4.