

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

ex tempore harjoitus, (to 23.11.2017)

### 1. Tarkastellaan kolmea projektia

(A) Perusinvestointi on -20 000 € ja projekti synnyttää jaksollisen netto-tulovirran 500 €/kk (kuukausijaksotus). Nettotulovirta kestää 4 vuotta (48kk). Jäännösarvo on 0 € ja laskentakorko on 4% (p.a.)

(B) Perusinvestointi on -30 000 € ja projekti synnyttää jaksollisen netto-tulovirran 1 800 €/jakso (neljännesvuosijaksotus). Nettotulovirta kestää 5 vuotta (20 kvartaalia). Jäännösarvo on 2 000 € ja laskentakorko on 4% (p.a.)

(C) Perusinvestointi on -1 000 € ja projekti synnyttää jatkuvan netto-tulovirran 100 €/kk (jatkuva). Nettotulovirta kestää vuoden (12kk). Jäännösarvo on 200 € ja laskentakorko on 4% (p.a.)

Mikä projekteista on kannattavin. Perustele valintasi.

## 1 Mittareiden arvoja

Seuraavassa laskemme kannattavuuden mittareille arvoja. Kaavat löytyvät monisteesta "Investoinnin kannattavuuden mittareita" (IKM.pdf). Vasta kun kaikki mittarien arvot ovat selvillä, teemme niiden perusteella projektien välisiä vertailuja.

### 1.1 Nykyarvo

Jaksollinen vakio-kassavirta. Kaava (3/IKM):

$$NNA = -H + \frac{k}{i} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n}\right) + \frac{JA}{(1+i)^n} \quad (19)$$

Projekteille A ja B kaava antaa NettoNykyArvot:

$$\begin{aligned} NNA_A &= -20000\text{€} + \frac{500\text{€}}{[1.04^{1/12} - 1]} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1.04)^{48/12}}\right) + 0 \\ &= 2175.83\text{€} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} NNA_B &= -30000\text{€} + \frac{1800\text{€}}{[1.04^{1/4} - 1]} \cdot \left(1 - \frac{1}{(1.04)^{20/4}}\right) + \frac{2000\text{€}}{(1.04)^{20/4}} \\ &= 4173.84\text{€} \end{aligned} \quad (21)$$

Jatkuva vakiokassavirta. Kaava (7/IKM):

$$NNA = -H + \frac{k}{\rho} (1 - e^{-\rho T}) + e^{-\rho T} JA \quad (22)$$

Projektille C kaavassa esiintyvä kerroin  $e^{-\rho T}$  saa muodon

$$e^{-\rho T} = (e^{\rho})^{-T} = \left(1.04^{1/12}\right)^{-12} = \frac{1}{1.04} \quad (23)$$

Sijoittamalla tämä kaavaan (22) saadaan projektin C NettoNykyArvoksi:

$$\begin{aligned} NNA_C &= -1000\text{€} + \frac{100\text{€}/kk}{\ln(1.04^{1/12})} \left(1 - \frac{1}{1.04}\right) + \frac{200\text{€}}{1.04} \\ &= 369.08\text{€} \end{aligned} \quad (24)$$

Siis

$$NNA_A = 2175.83\text{€}$$

$$NNA_B = 4173.84\text{€}$$

$$NNA_C = 369.08\text{€}$$

## 1.2 Sisäinen korkokanta

Jaksollisille projekteille A ja B Excelin IRR-funktio antaa jakson sisäiseksi korkokannoiksi

$$i_{sis,A,kk} = 0,00770147249$$

$$i_{sis,B,quartal} = 0.02255451056$$

Nämä luvut on syytä muuttaa sisäiseksi vuosikoroksi

$$i_{sis,A,vuosi} = 1,00770147249^{12} - 1 = 0,0964345646 = 9,64\%$$

$$i_{sis,B,vuosi} = 1.02255451056^4 - 1 = 0,0933164312 = 9,33\%$$

Laskemalla lausekkeen (22) arvoja eri laskentakoron arvoilla saadaan projektin C sisäiseksi korkokannaksi noin 86.7%. (!?) Siis

$$i_{sis,A} = 9,64\%$$

$$i_{sis,B} = 9,33\%$$

$$i_{sis,C} = 86,7\%$$

## 1.3 Takaisinmaksuaika

Jaksolliset tulovirta. Kaava (13/IKM)

$$n^* = \frac{\ln(k/(k - iB))}{\ln(1 + i)}, \quad \text{missä } B = H - \frac{JA}{(1 + i)^n} \quad (25)$$

Projektille A saamme

$$B = 20000\text{€} \quad (26)$$

$$n_A^* = \frac{\ln\left(500/(500 - [1.04^{1/12} - 1] \cdot 20000)\right)}{\ln(1.04^{1/12})} = 42.9 \text{ (kk)} \quad (27)$$

Projektille B saamme

$$B = 30000 - \frac{2000}{1.04^5} = 28356.15 \quad (28)$$

$$n_B^* = \frac{\ln\left(1800 / (1800 - [1.04^{1/4} - 1] \cdot 28356.15)\right)}{\ln(1.04^{1/4})} = 17.2 \text{ (kvarttaalia)} \quad (29)$$

Jatkuva vakiotulovirta. Kaava (15/IKM)

$$T^* = \frac{1}{\rho} \ln\left(\frac{k}{k - \rho B}\right), \quad \text{missä } B = H - e^{-\rho T} JA \quad (30)$$

Projektille C saamme

$$B = 1000 - \frac{200}{1.04} = 807.69 \quad (31)$$

$$T_C^* = \frac{1}{\ln(1.04^{1/12})} \ln\left(\frac{100}{100 - \ln(1.04^{1/12}) \cdot 807.69}\right) = 8.9 \text{ (kk)} \quad (32)$$

Siis:

	A	B	C
n* (jaksoa)	42.9kk	17.2quart	8.9kk
projektin kesto	48kk	20quart	12kk

## 1.4 Pääoman tuottoaste

$$ROI^I = \frac{\text{nettovuositulos}}{\text{keskimäärin sidottu pääoma}} \cdot 100\% \quad (33)$$

$$ROI^{II} = \frac{\text{nettovuositulos}}{\text{alussa sidottu pääoma}} \cdot 100\% \quad (34)$$

Siis

$$ROI_A^I = \frac{12 \cdot 500}{20000/2} \cdot 100 = 60\% \quad (35)$$

$$ROI_B^I = \frac{4 \cdot 1800}{30000/2} \cdot 100 = 48\% \quad (36)$$

$$ROI_C^I = \frac{12 \cdot 100}{1000/2} \cdot 100 = 240\% \quad (37)$$

$$ROI_A^{II} = \frac{12 \cdot 500}{20000} \cdot 100 = 30\% \quad (38)$$

$$ROI_B^{II} = \frac{4 \cdot 1800}{30000} \cdot 100 = 24\% \quad (39)$$

$$ROI_C^{II} = \frac{12 \cdot 100}{1000} \cdot 100 = 120\% \quad (40)$$

## 2 Havainnot

- Sisäinen korkokanta on paras mittareista, mutta joskus hankala laskea.
- Pääoman tuottoaste liioittelee kannattavuutta.
- Nettonykyarvo on hyvä mittari, kun verrataan saman kokoisia ja yhtä pitkäaikaisia projekteja. Erilaisten projektien vertailussa se on hankala mittari.
- Takaisinmaksuaika on mittari, joka usein halutaan tietää. Sen avulla ei voi verrata kahta erilaista projektia keskenään.
- Jos kannattavuus on seurausta isoksi arvioidusta jäännösarvosta, niin kannattaa pohtia tarkasti sitä, miten hyvin jäännösarvon realisoiduminen oikeastaan tiedetään. Entä jos arvioitu jäännösarvo ei toteudukaan?
- Projektien A ja C sisäiset korkokannat eroavat melko paljon toisistaan. Tätä on vaikea uskoa. Asia on helpompi hahmottaa, jos teemme seuraavan ajatusleikin.

Projektissa A sidotaan alussa pääoma 20 000€. Neljässä vuodessa tuottoa kertyy  $48 \cdot 500\text{€} = 24\,000\text{€}$ . Pääoma saatiin siis neljässä vuodessa kasvamaan kertoimella 1.2.

Toteutetaan C-projekti 20 kaupungissa neljänä vuotena peräkkäin. Pelaamme siis taas 20 000€ alkupanoksella. Ensimmäisenä vuotena tuottoa on 28 000€, josta 8000€ otetaan voittona talteen ja 20 000 käytetään toisen toimintavuoden aloittamiseen. Vastaavasti toisen ja kolmannen vuoden saadaan voittoa 8 000€ per vuosi. Neljännen vuoden jälkeen emme enää aloita uusia projekteja, joten tuotto on 28 000€. Koko neljän vuoden aikana siis saatiin luotua pääoma  $8\,000\text{€} + 8\,000\text{€} + 8\,000\text{€} + 28\,000\text{€} = 52\,000\text{€}$ . Neljässä vuodessa pääoman kasvukerroin oli siis  $52/20 = 2.6$ . Projekti C tuottaa siis huomattavasti paremmin korkoa sijoitetulle pääomalle.

Projektien paremmuusjärjestys:

1. Paras on C
2. Toiseksi paras on A
3. Viimeinen mutta ei paljon A:ta huonompi on B