

Tampereen kesäyliopisto, syksy 2016

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

10. harjoitus, (la 3.12.2016)

1. Onko matriisi

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

vapaa vai sidottu?

Sheet1

H10T1.xls

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$M^T = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & -2 \\ 5 & -2 & 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$M^T M = \begin{pmatrix} 22,00 & 25,00 & -3,00 \\ 25,00 & 43,00 & 3,00 \\ -3,00 & 3,00 & 51,00 \end{pmatrix}$$

$$\det(M^T M) = 15336,0$$

Siis M on vapaa

2. Laske Excelillä tehtävän 1 matriisin M 'pseudoinverssi'

$$M^+ = (M^T M)^{-1} M^T$$

H10T1.xls

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$M^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & -2 \\ 5 & -2 & 3 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$M^T M = \begin{bmatrix} 22,00 & 25,00 & -3,00 \\ 25,00 & 43,00 & 3,00 \\ -3,00 & 3,00 & 51,00 \end{bmatrix}$$

$$\text{inv}(M^T M) = \begin{bmatrix} 0,14241 & -0,08372 & 0,01330 \\ -0,08372 & 0,07257 & -0,00919 \\ 0,01330 & -0,00919 & 0,02093 \end{bmatrix}$$

$$M^+ = \text{inv}(M^T M) M^T = \begin{bmatrix} 0,10016 & 0,03208 & -0,26995 & 0,12441 & 0,20736 \\ 0,00430 & 0,00724 & 0,20129 & 0,04636 & -0,17273 \\ 0,10368 & -0,03775 & 0,03110 & -0,03462 & 0,08118 \end{bmatrix}$$

3. Etsi PNS-ratkaisu yhtälöryhmälle

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 9 \\ x + y - 2z = 1 \\ -x + 2y + 3z = 5 \\ 4x + 5y - 2z = 6 \\ -2y + 3z = 2 \end{cases}$$

H10T3.xls

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \\ 5 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$y^+ = \begin{bmatrix} 9,4726 \\ -0,2809 \\ 4,2418 \\ 5,8944 \\ 1,0462 \end{bmatrix}$$

$$M^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & -2 \\ 5 & -2 & 3 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$M^T M = \begin{bmatrix} 22,00 & 25,00 & -3,00 \\ 25,00 & 43,00 & 3,00 \\ -3,00 & 3,00 & 51,00 \end{bmatrix}$$

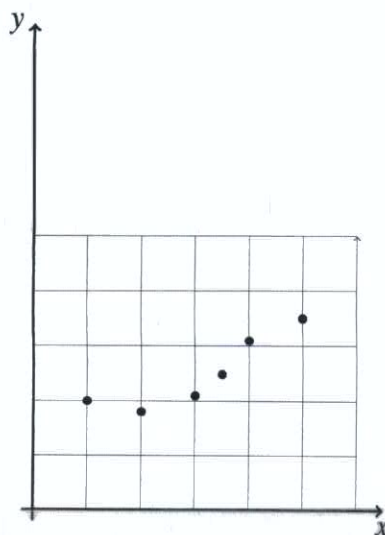
$$\text{inv}(M^T M) = \begin{bmatrix} 0,14241 & -0,08372 & 0,01330 \\ -0,08372 & 0,07257 & -0,00919 \\ 0,01330 & -0,00919 & 0,02093 \end{bmatrix}$$

$$M^+ = \text{inv}(M^T M) M^T = \begin{bmatrix} 0,10016 & 0,03208 & -0,26995 & 0,12441 & 0,20736 \\ 0,00430 & 0,00724 & 0,20129 & 0,04636 & -0,17273 \\ 0,10368 & -0,03775 & 0,03110 & -0,03462 & 0,08118 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x &= 0,74 \\ y &= 0,99 \\ z &= 1,01 \end{aligned}$$

4. Approksimoi toisen asteen polynomilla $P(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2$ oheisen taulukon mukaisia havaintoja.

x_i	y_i
1,00	2,00
2,00	1,80
3,00	2,10
3,50	2,50
4,00	3,10
5,00	3,50



H10T4.xls

	1	x	x^2	y
W =	1	1,00	1,00	2,00
	1	2,00	4,00	1,80
	1	3,00	9,00	2,10
	1	3,50	12,25	2,50
	1	4,00	16,00	3,10
	1	5,00	25,00	3,50

	1	1	1	1	1	1
$W^T =$	1,00	2,00	3,00	3,50	4,00	5,00
	1,00	4,00	9,00	12,25	16,00	25,00

$W^+ =$	1,71429	0,15714	-0,5429	-0,5714	-0,3857	0,6286
	-0,974	0,17619	0,60779	0,55411	0,32078	-0,685
	0,12987	-0,0476	-0,1039	-0,0866	-0,039	0,1472

	x	y	y^
c =	1,00	2,00	1,909
	2,00	1,80	1,939
	3,00	2,10	2,236
	3,50	2,50	2,484
	4,00	3,10	2,800
	5,00	3,50	3,632

2,14714

-0,3718

0,13377

