kevät 2019 / orms.1030

Talousmatematiikan perusteet

Esimerkkejä, viikko 8

1. Projektin perusinvestointi on $H = 2800€$. Syntyvän jatkuvan kassavirran voimakkuus on $k = 100$ €/kk. Kassavirta alkaa hetkellä $t_1 = 0$ (vuotta) ja päättyy hetkellä $t_2 = 2,5$ (vuotta). Jäännösarvo on $JA = +500€$. Laskentakorkokanta on 6% (p.a.) eli $\rho_{vuosi} = \ln(1,06)\frac{1}{\text{vuosi}}$ tai $\rho_{kk} = \ln(1,06^{1/12})\frac{1}{\text{kk}}$. Jatkuvan korkolaskun mukaan projektin NettoNykyArvo on

$$NNA = -H + \frac{k}{\rho}(e^{-\rho t_1} - e^{-\rho t_2}) + e^{-\rho t_2} JA.$$

(Älä pohdi lausekkeen perustelua. Lauseke tulee esiin luennolla integraalin yhteydessä. Nyt on tarkoitus vain sijoittaa annettuun kaavaan.)
a) Laske NNA, kun ($k = 1200€$/vuosi, $\rho = \ln(1,06)\frac{1}{\text{vuosi}}$, $t_1 = 0$vuotta $t_2 = 2,5$vuotta)
b) Laske NNA, kun ($k = 100€$/kk, $\rho = \ln(1,06^{1/12})\frac{1}{\text{kk}}$, $t_1 = 0$kk $t_2 = 30$kk)
c) Mitä voit sanoa sisäisestä korkokannasta?

2. Vakiokassavirta $k = 280€/\text{kk}$ alkaa 10 päivän kuluttua ja kestää 40 päivää ($t_1 = 10$ ja $t_2 = 50$). Viikonloput eivät katkaise kassavirtaa, ja voimme soveltaa sakasalaista laskutapaa (1 kk = 30 päivää). Laske hetkeen $t_0 = 0$ laskettu nykyarvo, kun laskentakorko on 3.25% (p.a.).

3. Tarkista derivoimalla kaavat

$$\int e^{-\rho x} dx = \frac{-1}{\rho} e^{-\rho x}$$

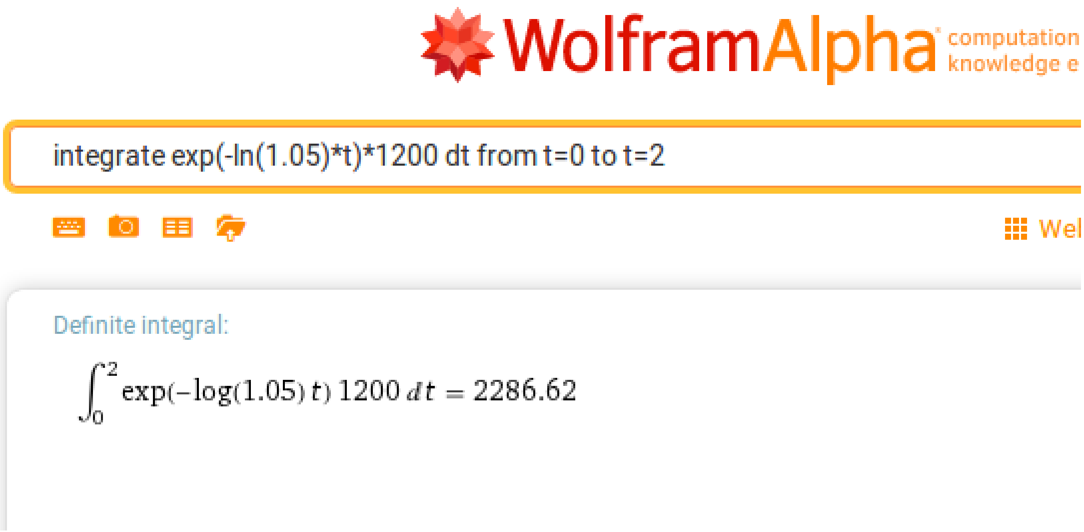
$$\int x \cdot e^{-\rho x} dx = \left(\frac{-x}{\rho} - \frac{1}{\rho^2} \right) e^{-\rho x}$$

4.Tarkastellaan kahta kassavirtaa $c_1(t)$ ja $c_2(t)$. Kumpikin kassavirta kestää 2 vuotta. Ensimmäinen kassavirta on vakiotulovirta 100e/kk. Toisen kassavirran voimakkuus pienenee tasaisesti. Alussa kassavirta on 150€/kk ja lopussa 50€/kk. Laskentakorkokanta on 5% / p.a. ($\rho = \ln 1.05 \frac{1}{\text{vuosi}}$). Laske nykyarvot

$$NA_1 = \int_0^2 e^{-\rho t} 1200 \frac{€}{\text{vuosi}} dt$$

$$NA_2 = \int_0^2 e^{-\rho t} (1800 - 600 \cdot t) \frac{€}{\text{vuosi}} dt$$

Vihje: voit tarkistaa tuloksen Wolfram Alpha:lla



5. Ratkaise graafisesti LP-malli

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\max z = & 4x_1 & + & x_2 & & \\
\text{ehdoin} & 3x_1 & + & x_2 & \leq & 18 \\
 & 3x_1 & + & 4x_2 & \leq & 36 \\
 & x_1 & & & \leq & 5 \\
 & & & x_1, x_2 & \geq & 0
\end{array}
$$

6. Ratkaise graafisesti LP-malli

$$
\begin{array}{lrcrcl}
\max z = & x_1 & + & 4x_2 & & \\
\text{ehdoin} & 2x_1 & + & 2x_2 & \leq & 16 \\
 & x_1 & + & 2x_2 & \leq & 18 \\
 & x_1 & + & 10x_2 & \geq & 10 \\
 & & & x_2 & \leq & 5 \\
 & & & x_1, x_2 & \geq & 0
\end{array}
$$

7. Yritys valmistaa kahta tuotetta A ja B. tuotteen A valmis- taminen vie aikaa 15min ja raaka-ainetta 10kg. Tuotteen B valmistaminen vie aikaa 30min ja raaka-ainetta 8kg. Raaka-ainetta on olemassa 1100kg/viikko ja laitteis- to, jolla tuotteita valmistetaan on normaalisti käytössä 40 tuntia viikossa. Yhden A-tuotteen myyntihinta on 8.25€ ja yhden B-tuotteen myyntihinta on 11.50€. Raaka-aineen yksikköhinta on 0.125€/kg ja työn hinta on 18.00€/tunti.
Paikallisen kauppiaan kanssa on sovittu, että tuotetta A valmistetaan ainakin 10 kappaletta viikossa.
Muodosta LP-malli voiton maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia)