

## Talousmatematiikan perusteet

### 3. harjoitus, viikko 5

1. Yrityksen erään tuotelinjan kysyntäfunktio on  $p = 20 - 0.030q$  ja vastaava kustannusfunktio on  $C(q) = 0.02q^2 + 5q + 150$ . Millä tuotannon määrällä voitto on suurin mahdollinen. Mikä on maksimivoitto?

2. Erään tuotteen kysynnän hintajousto on  $-1,75$ . Tuotteen hinta on nyt  $12,50\text{€}/\text{kpl}$  ja sen kysyntä on  $1200\text{kpl}/\text{kk}$ .

- Miten muuttuu tuotteen kysyntä, jos tuotteen hintaa lasketaan yhdellä eurolla?
- Miten muuttuu tuotto  $R = q \cdot p$ , jos tuotteen hintaa lasketaan yhdellä eurolla?
- Tuotteen rajakustannus on  $8,00\text{€}/\text{kpl}$ . Kannattaako laskea myyntihintaa eurolla?

3. Yritys valmistaa tuotteita ja myy ne kappalehintaan  $25$  euroa. Rajakustannus on  $6$  euroa/kuusi ja kysynnän hintajousto on  $\eta = -1.2$ . Kannattaako yrityksen laajentaa vai supistaa tuotantoaan? (Ohje:  $MR = p(1 + \frac{1}{\text{jousto}})$ .)

4. Erään kappalevaratuotteen varaston yksikköylläpitokustannukset ovat  $4\text{€}$  kappaletta ja vuotta kohti. Tilauskustannukset ovat  $80\text{€}$  tilauserältä. Kysyntä on tasaista ja suuruudeltaan  $4000$  kpl vuodessa. Täydennystoimitukset tapahtuvat ongelmitta, ja varastointitila on rajoittamaton. Puutetta ei sallita. Miten suuri on optimaalinen tilauserän koko ja miten suuret ovat varastonpidon kokonaiskustannukset?

5. Suurpesula tarvitsee  $2500$  astiaa tiettyä pesuainetta kuukaudessa. Yksikköylläpitokustannus on  $0.5\text{€}/\text{astia}/\text{vuosi}$ . Tilauskustannukset ovat  $75\text{€}$  tilaukselta. Pesula tilaa ainetta nykyisin  $5000$  astian erissä. Miten suureen vuosisäästöön pesulan on mahdollista päästä muuttamalla tilauspolitiikkaansa? Miten tilaukset tällöin tehdään? Onko säästö mielestäsi suuri?

6. Vuodessa raaka-ainevaraston läpi kulkee kappalevaraa  $D = 1600$  kpl. Tilauskustannus on  $9\text{€}/\text{erä}$  ja varaston ylläpitokustannus on  $1.5\text{€}/(\text{kuukausi} \cdot \text{kpl})$ .

a) Mikä on optimaalinen tilauserän koko, ja miten suuret ovat varastosysteemin vuotuiset kokonaiskustannukset?

b) Raaka-aineen yksikköhinta on  $5\text{€}/\text{kpl}$ . Raaka-aineen toimittaja tarjoaa määräalennusta, joka on  $1\%$  ostohinnasta, kun tilauserä on vähintään  $50$  kappaletta, ja  $3\%$  ostohinnasta, kun tilauserä on vähintään  $100$  kappaletta. Mikä on nyt optimaalinen tilauserä?

Kaavoja:

Derivaatta:

$$\frac{d}{dx}ax^n = n \cdot ax^{n-1}$$

**Interpolointi:**

$$f(x) \approx f(x_1) + \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}(x - x_1) = f(x_1) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}(f(x_2) - f(x_1))$$

**Kysynnän hintajousto:**

$$\frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \text{jousto}$$

**Varastomallit:**

perusmalli	$q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}}$ $TC_0(q) = \frac{KD}{q} + h \cdot \frac{q}{2}$
puutemalli	$q_1 = q_0 \sqrt{\frac{h+s}{s}}, \quad M_1 = q_0 \sqrt{\frac{s}{h+s}},$ $TC_1(q) = \frac{KD}{q} + \frac{M^2 h}{2q} + \frac{(q-M)^2 s}{2q}$
tuotantomalli	$q_2 = q_0 \sqrt{\frac{r}{r-D}}, \quad M_2 = q_0 \sqrt{\frac{r-D}{r}},$ $TC_2(q) = \frac{KD}{q} + \frac{hq(r-D)}{2r}$