

Talousmatematiikan perusteet

5. harjoitus, viikko 6

1. Laske integraalit

a) $\int (6x^2 + 4x + 3)dx$, b) $\int (x+1)(x-1)dx$, c) $\int x(x^2 - 1)^2 dx$

2. Laske integraalit

a) $\int_1^4 (2x+4)dx$, b) perustelee: $J = \int_3^4 \frac{x+1}{x-1} dx > 1$, c) $\int_0^{100} 4xe^{-x^2/\sigma^2} dx$

3. Olkoon x satunnaismuuttuja, joka saa arvoja väliltä $0 \leq x \leq 2$. Satunnaismuuttujan x jakauma noudattaa todennäköisyystiheyttä $f(x) = ax$.

a) Millä a :n arvolla

$$\int_0^2 f(x)dx = 1.$$

Laske x :n odotusarvo

$$\langle x \rangle = \int_0^2 xf(x)dx,$$

4. Verrataan kahta projektia. Projektin A perusinvestointi on 2 000€ ja se tuottaa kahden vuoden ajan 100€/kk. Projektin B perusinvestointi on 15 500€ ja se tuottaa kymmenen vuoden ajan 200€/kk. Ovatko projektit kannattavia, kun laskentakorko on 8% (todellinen vuosikorko)?

5. Laske edellisen tehtävän projekteille nettonykyarvot ja suhteelliset nettonykyarvot. Kumpi projekteista on kannattavampi?

6. a) Laske pääoman tuottoasteet (ROI) edellisten tehtävien projekteille A ja B.

b) arvioi projektien A ja B sisäisiä korkokantoja. Jos käytössäsi on Excel-ohjelma, niin laske sisäiset korkokannat IRR-funktiolla.

7. Vertailtavana on kaksi projektia C ja D. Projektin C perusinvestointi on 32 000€ ja se tuottaa kolmen vuoden ajan 1050€/kk. Jäännösarvo on $JA = 5000€$. Projektin D arvioitu nettokassavirta on seuraavan taulukon mukainen ($JA = 2000€$). a) Laske projektien NettoNykyarvot. (Laskentakorko 8% p.a.(tod.vk.)) b) Selvitä projektien sisäiset korkokannat. Kumpi projekti on kannattavampi?

n	k_n	huom.
0	-12 000	perusinvestointi
1	-4 000	
2	-1 500	
3	+500	
4–20	+1 000	
21	+3000	sisältää JA:n

8. Selvitä takaisinmaksuaika edellisen tehtävän projekteille C ja D (Laskentakorko 8% p.a.(tod.vk.))

(Huomaa, että alla olevaa takaisinmaksuajan kaavaa on helppo soveltaa projektiin C, mutta projektin D kohdalla tulee kaavaan suhtautua kriittisesti. D-projektin takaisinmaksuajan saa parhaiten Excelillä.)

Kaavoja:

$$\text{yksinkertainen korkolasku: } K_t = (1 + it)K_0 = \left(1 + \frac{P}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

$$\text{koronkorkolasku: } K_t = (1 + i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{jatkuva korkolasku: } K_t = (1 + i)^t K_0 = e^{Pt} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1 + i) = e^P$$

Jaksolliset suoritukset prolongointitekijä, diskonttaustekijä, kuoletuskerroin

$$s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}, \quad a_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}, \quad c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Pääoman tuottoaste

$$ROI_{II} = \frac{k}{H} \cdot 100\%, \quad ROI_I = \frac{k}{H/2} \cdot 100\%, \quad ROI_I^* = \frac{(k_{kk} - H/n) \cdot 12}{H/2} \cdot 100\%$$

Takaisinmaksuaika

$$n^* = \frac{\ln(k/(k - iB))}{\ln(1 + i)}$$