

Talousmatematiikan perusteet

1. välikoe tiistaina 29.1.2019

Ratkaise 3 tehtävää. Kokeessa saa olla mukana laskin ja taulukkokirja (MAOL tai vastaava). Kun teet tehtävän, niin käsittele kaikki sen alakohdat.

1. a) (2p) Mikä on kuukausijakson korkokanta, kun todellinen vuosikorko on 5,10%?
b) (2p) Mikä on todellinen vuosikorko, jos kuukausijakson korkokanta on 0,0031289219?
c) (2p) Laske tasaerälainan annuiteetti, kun laina-aika on 18 kuukautta, lainan määrä on 3 500€, laina hoidetaan kuukausittain ja lainaan liittyvä todellinen vuosikorko on 5,10%.

2. Yritys valmistaa q tuotetta viikossa. Kysyntäfunktio on $p = 50 - 0,0025q$ ja vastaava rajakustannusfunktio on $MC(q) = 0,015q + 10$ ja kiinteät kustannukset ovat $FC = 20000$.

- a) (2p) Millä tuotantomäärällä voitto on suurin?
b) (2p) Mikä on maksimivoitto?
c) (2p) Olkoon yrityksen tuotantomäärä on a-kohdan mukainen. Kun kiinteä kustannus kasvaa 15%, niin miten paljon muuttuu voitto, ja miten monta prosenttiyksikköä muuttuu katetuotto-prosentti? (Katetuotto-prosentti = $(\text{voitto/tuotto}) \cdot 100\%$.)
Kirjoita vastaus niin, että siitä käy ilmi muutoksen suunta.

3. a) (3p) Määrittele lyhyesti sanallisesti y :n jousto x :n suhteen.
b) (3p) Tuotteen hinta on nyt 15.00€ ja kysyntä 4 500 tuotetta kuukaudessa. Miten muuttuu tuotteen kysyntä, jos tuotteen hintaa lasketaan 0.25 eurolla, ja tuotteen kysynnän hintajousto on -2,2?

4. Yritys solmii sopimuksen, jonka mukaan yritys maksaa sopimuksen allekirjoituspäivänä 1500€. Lisäksi kuukausittain maksetaan 200€niin, että kuukausimaksut alkavat 3 kuukautta allekirjoittamisen jälkeen (eli ensimmäinen 200€maksu maksetaan 4 kuukautta sopimuksen solmimisesta) ja kuukausieriä maksetaan 30 (2,5 vuotta). Laske maksuvirran nykyarvo, kun laskentakorko (todellinen vuosikorko) on 3.15%.

5. Yritys varastoi raaka-ainetta välivarastoon. Raaka-aineen kysyntä on 6000 kg/vuosi. Tilaukskustannus on 20 euroa/tilaus ja varaston yksikköylläpitokustannus on 80 senttiä/kg/kuukausi.

- a) Mikä on optimaalinen tilauserän koko?
b) Raaka-aineen hankintahinnasta saadaan alennusta 0.05€/kg, jos tilauserä on vähintään 400kg. Mikä on nyt optimaalinen tilauserän koko?

$$\frac{d}{dx}ax^n = n \cdot ax^{n-1}, \quad ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Varastomallit:

$$\begin{aligned} \text{perusmalli} \quad q_0 &= \sqrt{\frac{2KD}{h}} \\ \text{puutemalli} \quad q_1 &= q_0 \sqrt{\frac{h+s}{s}}, \quad M_1 = q_0 \sqrt{\frac{s}{h+s}}, \\ TC_1(q) &= \frac{KD}{q} + \frac{M^2 h}{2q} + \frac{(q-M)^2 s}{2q} \\ \text{tuotantomalli} \quad q_2 &= q_0 \sqrt{\frac{r}{r-D}}, \quad M_2 = q_0 \sqrt{\frac{r-D}{r}}, \\ TC_2(q) &= \frac{KD}{q} + \frac{hq(r-D)}{2r} \end{aligned}$$

Korkolasku:

yksinkertainen korkolasku:

$$K_t = (1 + it)K_0 = \left(1 + \frac{p}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

koronkorkolasku:

$$K_t = (1 + i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

jatkuva korkolasku:

$$K_t = (1 + i)^t K_0 = e^{pt} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1 + i) = e^p$$

Jaksolliset suoritukset

$$\begin{aligned} \text{prolongointitekijä } s_{n,i} &= \frac{(1+i)^n - 1}{i} \\ \text{diskonttaustekijä } a_{n,i} &= \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \\ \text{kuoletuskerroin } c_{n,i} &= \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \end{aligned}$$

Tasaerälaina ja osamaksukauppa

$$\text{annuiteetti: } k = c_{n,i} K_0 \quad \text{osamaksuerä: } k = c_{n,i}(H - h + m)$$

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

Rajatuotto ja kysynnän hintajousto

$$MR = p \cdot \left(1 + \frac{1}{\text{kysynnän hintajousto}}\right)$$

Interpolointi:

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} (f(x_1) - f(x_0))$$