

opettaja: Matti Laaksonen
assistentti: Anna Rapanen

matti.laaksonen@uwasa.fi
vastaanotto ti 12–13, huone D211, Tervahovi
Matemaattisten tieteiden laitos
Vaasan yliopisto

► Luennot 48h

Ma 12–14, A202, viikot 2–7, 9–13, 16–17

To 10–12, A202, viikot 2–3, 5–7, 9–12, 14

To 12–14, A202, viikko 17

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen
historiaa

► Luennot 48h

Ma 12–14, A202, viikot 2–7, 9–13, 16–17

To 10–12, A202, viikot 2–3, 5–7, 9–12, 14

To 12–14, A202, viikko 17

► Harjoitukset 20h

R1, Ma 10–12, D115, viikot 3,5–7,9–13,16

R2, Ma 14–16, D115, — ” —

R3, Ti 8–10, D115, — ” —

R4, To 8–10, D115, viikot 3,5–7,9–12,14,16

R5, To 14–16, D102, — ” —

R6, Pe 8–10, D102, — ” —

R7, Pe 12–14, D115, — ” —

Välikokeet ja harjoitukset

- ▶ Maksimipistemäärä välikokeista $2 \cdot 18p = 36p$
- ▶ Läpipääsyraja noin 15p
- ▶ Aktiivisuus laskuharjoituksissa: max 6p

Loppukoe ja harjoitukset

- ▶ Maksimipistemäärä kokeessa 24p
- ▶ Läpipääsyraja noin 10p
- ▶ Aktiivisuus laskuharjoituksissa: max 4p

- ▶ Ilmoittaudu WebOodin kautta kurssille
- ▶ Ilmoittaudu myös laskuharjoitukseen
- ▶ Kurssin kuluessa voit vieraila myös muissa ryhmissä, mutta ilmoittautumisen avulla pyritään saamaan tasasuuret ryhmät!

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen
historiaa

- ▶ Ilmoittaudu WebOodin kautta kurssille
- ▶ Ilmoittaudu myös laskuharjoitukseen
- ▶ Kurssin kuluessa voit vieraila myös muissa ryhmissä, mutta ilmoittautumisen avulla pyritään saamaan tasasuuret ryhmät!

Kurssin verkkosivu

<http://lipas.uwasa.fi/~mla/orms1030/>

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen
historiaa

Talousmatematiikan tukikurssi, orms.0010

- ▶ ei anna opintopisteitä
- ▶ on tarkoitettu niille, joilla on ongelmia kurssin kanssa
- ▶ Ma 8-10 D102 viikot 2-13,15
- ▶ Opettaja: Anna Rapanen

Talousmatematiikan perusteet, orms.1030

Operatios
Research and
Management
Science

- ▶ Operaatiotutkimus ja Johtamistiede
- ▶ Hakee optimia ja rakentaa malleja
- ▶ Käyttää tietokoneita

Laskemisen historiaa

Babylonia ja Kreikka

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen
historiaa

Babylonia

- ▶ 60-järjestelmä käytössä 2500eKr (Babylonia) – 1200jKr (Eurooppa)
- ▶ 60 on jaollinen luvuilla 2, 3, 5, 6, 10, 12, 15 ja 30
- ▶ murtoluvuilla laskeminen osattiin hyvin

Kreikka

- ▶ Pythagoras (n. 580–500eKr) osoitti, ettei kaikkia lukuja voida ilmaista murtolukuina.

Olkoon a yksikköneliön lävistäjä. Pythagoraan kaavasta seuraa, että

$$a^2 = 1^2 + 1^2 = 2.$$

Jos a olisi murtoluku

$$a = \frac{m}{n},$$

niin voisimme aina supistaa murtolukua siten, että ainakin toinen luvuista m ja n on pariton.

Laskemisen historiaa

Irrationaaliluvut

Nyt

$$\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$$

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

**Laskemisen
historiaa**

Laskemisen historiaa

Irrationaaliluvut

Nyt

$$\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 2n^2 \quad \rightarrow \text{siis } m \text{ on parillinen } (m = 2k)$$

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen
historiaa

Nyt

$$\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 2n^2 \quad \rightarrow \text{siis } m \text{ on parillinen } (m = 2k)$$

$$\Leftrightarrow (2k)^2 = 2n^2$$

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen
historiaa

Laskemisen historiaa

Irrationaaliluvut

Nyt

$$\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 2n^2 \quad \rightarrow \text{siis } m \text{ on parillinen } (m = 2k)$$

$$\Leftrightarrow (2k)^2 = 2n^2$$

$$\Leftrightarrow 2k^2 = n^2 \quad \rightarrow \text{siis } n \text{ on parillinen !?!?}$$

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen
historiaa

Nyt

$$\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 2n^2 \quad \rightarrow \text{siis } m \text{ on parillinen } (m = 2k)$$

$$\Leftrightarrow (2k)^2 = 2n^2$$

$$\Leftrightarrow 2k^2 = n^2 \quad \rightarrow \text{siis } n \text{ on parillinen !?!?}$$

Jokin mättää nyt pahasti!

Johtopäätös: On olemassa lukuja, joita ei voi esittää murtolukuna.

Irrationaaliluvut $\sqrt{2}$, π , e , jne.

Laskemisen historiaa

Kymmenjärjestelmä

- ▶ keksittiin ensimmäisen kerran Intiassa n. 500jKr

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen
historiaa

Laskemisen historiaa

Kymmenjärjestelmä

- ▶ keksittiin ensimmäisen kerran Intiassa n. 500jKr
- ▶ Arabialainen matemaatikko al-Khowarizmi Bagdadilainen (n. 825jKr) otti käyttöön symbolin 0

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen historiaa

Laskemisen historiaa

Kymmenjärjestelmä

- ▶ keksittiin ensimmäisen kerran Intiassa n. 500jKr
- ▶ Arabialainen matemaatikko al-Khowarizmi Bagdadilainen (n. 825jKr) otti käyttöön symbolin 0
- ▶ 1200-luvulla kymmenjärjestelmä otettiin Euroopassa käyttöön rahalaskuissa

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen
historiaa

Laskemisen historiaa

Kymmenjärjestelmä

- ▶ keksittiin ensimmäisen kerran Intiassa n. 500jKr
- ▶ Arabialainen matemaatikko al-Khowarizmi Bagdadilainen (n. 825jKr) otti käyttöön symbolin 0
- ▶ 1200-luvulla kymmenjärjestelmä otettiin Euroopassa käyttöön rahalaskuissa
- ▶ Samarkandilainen al-Kashi otti käyttöön kymmenkantaisen negatiivisen eksponentin n. 1400jK

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen historiaa

Laskemisen historiaa

Kymmenjärjestelmä

- ▶ keksittiin ensimmäisen kerran Intiassa n. 500jKr
- ▶ Arabialainen matemaatikko al-Khowarizmi Bagdadilainen (n. 825jKr) otti käyttöön symbolin 0
- ▶ 1200-luvulla kymmenjärjestelmä otettiin Euroopassa käyttöön rahalaskuissa
- ▶ Samarkandilainen al-Kashi otti käyttöön kymmenkantaisen negatiivisen eksponentin n. 1400jK
- ▶ Skotlantilainen John Napier alkoi v. 1617 käyttää desimaalipilkkaa sen nykyisessä merkityksessä.

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen historiaa

- ▶ keksittiin ensimmäisen kerran Intiassa n. 500jKr
- ▶ Arabialainen matemaatikko al-Khowarizmi Bagdadilainen (n. 825jKr) otti käyttöön symbolin 0
- ▶ 1200-luvulla kymmenjärjestelmä otettiin Euroopassa käyttöön rahalaskuissa
- ▶ Samarkandilainen al-Kashi otti käyttöön kymmenkantaisen negatiivisen eksponentin n. 1400jK
- ▶ Skotlantilainen John Napier alkoi v. 1617 käyttää desimaalipilkkaa sen nykyisessä merkityksessä.

Seuraus: Laskeminen oli nyt helpompaa!

Laskemisen historiaa

Kompleksiluvut

- ▶ Onko olemassa luku i , jolle $i^2 = -1$, eli

$$i = \sqrt{-1}$$

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen
historiaa

- ▶ Onko olemassa luku i , jolle $i^2 = -1$, eli

$$i = \sqrt{-1}$$

- ▶ Sovittiin, että kompleksiluvut $a + ib$ ja $c + id$ tulkitaan lukupareiksi (a, b) ja (c, d) ja lisäksi sovitaan laskutoimitukset

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$$

$$(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$$

Laskemisen historiaa

Kompleksiluvut

- ▶ "järjetön käsite" muuttui "melko yksinkertaisiksi" olioiksi, joille on määritelty "aika erikoiset" laskutoimitukset.

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen
historiaa

Laskemisen historiaa

Kompleksiluvut

- ▶ "järjetön käsite" muuttui "melko yksinkertaisiksi" olioiksi, joille on määritelty "aika erikoiset" laskutoimitukset.
- ▶ CABOOM!! kvanttifysiikka, atomipommi, tietokoneet, kännykät,...
- ▶ Ryhmät, renkaat, kunnat, algebrat, joukot, ...

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen
historiaa

Laskemisen historiaa

Kompleksiluvut

- ▶ "järjetön käsite" muuttui "melko yksinkertaisiksi" olioiksi, joille on määritelty "aika erikoiset" laskutoimitukset.
- ▶ CABOOM!! kvanttifysiikka, atomipommi, tietokoneet, kännykät,...
- ▶ Ryhmät, renkaat, kunnat, algebrat, joukot, ...

- ▶ Saatiin lopullisia ratkaisuja 4000 vuotta vanhoihin ongelmiin, jotka oli esitetty jo babylonialaisissa savitauluissa!

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen
historiaa

Laskemisen historiaa

Matematiikka tänään

kansi

Opetusjärjestelyt

Harjoittelu

Laskemisen
historiaa

- ▶ Matematiikan kieli: Joukko-oppi
- ▶ Tutkii struktuureja ja algoritmeja
- ▶ Käytännöllisiä sovelluksia, joiden taustalla oleva teoria kimuranttia
- ▶ Tietokoneet mahdollistavat uusia sovelluksia