Tampereen kesäyliopisto, kevät 2013

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

3. harjoitus, (la 19.1.2013)

1. Erään kappaletavaratuotteen varaston yksikköylläpitokustannukset ovat 4€ kappaletta ja vuotta kohti. Tilauskustannukset ovat 80€ tilauserältä. Kysyntä on tasaista ja suuruudeltaan 4000 kpl vuodessa. Täydennystoimitukset tapahtuvat ongelmitta, ja varastointitila on rajoittamaton. Puutetta ei sallita. Miten suuri on optimaalinen tilauserän koko ja miten suuret ovat varastonpidon kokonaiskustannukset?

2. Suurpesula tarvitsee 2 500 astiaa tiettyä pesuainetta kuukaudessa. Yksikköylläpitokustannus on 0.5€/astia/vuosi. Tilauskustannukset ovat 75€ tilaukselta. Pesula tilaa ainetta nykyisin 5 000 astian erissä. Miten suureen vuosisäästöön pesulan on mahdollista päästä muuttamalla tilauspolitiikkaansa? Miten tilaukset tällöin tehdään? Onko säästö mielestäsi suuri?

3. Vuodessa raaka-ainevaraston läpi kulkee kappaletavaraa $D = 1600\,\text{kpl}$. Tilauskustannus on 9€/erä ja varaston ylläpitokustannus on 1.5€/(kuukausi·kpl).

a) Mikä on optimaalinen tilauserän koko, ja miten suuret ovat varastosysteemin vuotuiset kokonaiskustannukset ?

b) Raaka-aineen yksikköhinta on 5€/kpl. Raaka-aineen toimittaja tarjoaa määräalennusta, joka on 1% ostohinnasta, kun tilauserä on vähintään 50 kappaletta, ja 3% ostohinnasta, kun tilauserä on vähintään 100 kappaletta. Mikä on nyt optimaalinen tilauserä?

4. a) Laske 5.25% todelliseen vuosikorkoon liittyvä kuukausikorkokanta.
b) Mikä on todellinen vuosikorko, kun kuukausikorkokanta on 0.008125?

5. 1.1.2010 yrittäjä ottaa 20 000 euron lainan. Laina-ajaksi sovitaan 15 kuukautta ja lainan todelliseksi vuosikoroksi 6.50%. Yrittäjä ei lyhennä lainaansa eikä maksa korkoja ennen kuin laina-aika on kulunut loppuun 31.3.2011. Silloin hän hoitaa kertamaksulla lainan korkoineen. Miten suureksi laina kasvaa, kun:
(a) Korkojakso on vuosi, ja korko lasketaan yksinkertaisella korkolaskulla.
(b) Korkojakso on kuukausi ja $i = 1.0650^{(1/12)} - 1$.
(c) Käytetään jatkuvaa korkolaskua ja korkointensiteetti on $\rho = \ln(1.0650)$.

6. Kirjoita seuraavan summan kaikki termit näkyviin ja laske summa sitten sopivalla kaavalla

$$\sum_{k=2}^{6} \left(\frac{1}{5} \cdot 2^k\right)$$

7. Olkoon $(1+i)^{12} = 1.0825$. Laske

$$\sum_{k=3}^{25} \frac{100€}{(1+i)^k}$$

8. Laske annuiteettilainen tasaerä (kuukausierä), kun lainan määrä on 4000€, todellinen vuosikorko on 8.15% ja laina-aika on 20 kuukautta.

Kaavoja:

Kysynnän hintajousto:

$$\frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \eta$$

Varastomallit:

$$\begin{array}{rl}
\text{perusmalli} & q_0 = \sqrt{\dfrac{2KD}{h}} \\
 & TC_0(q) = \dfrac{KD}{q} + h \cdot \dfrac{q}{2} \\
\text{puutemalli} & q_1 = q_0\sqrt{\dfrac{h+s}{s}}, \quad M_1 = q_0\sqrt{\dfrac{s}{h+s}}, \\
 & TC_1(q) = \dfrac{KD}{q} + \dfrac{M^2h}{2q} + \dfrac{(q-M)^2s}{2q} \\
\text{tuotantomalli} & q_2 = q_0\sqrt{\dfrac{r}{r-D}}, \quad M_2 = q_0\sqrt{\dfrac{r-D}{r}}, \\
 & TC_2(q) = \dfrac{KD}{q} + \dfrac{hq(r-D)}{2r}
\end{array}$$

yksinkertainen korkolasku:

$$K_t = (1+it)K_0 = (1+\frac{p}{100}t)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

koronkorkolasku:

$$K_t = (1+i)^t K_0, \text{ kun } t = 1,2,3,\ldots$$

jatkuva korkolasku:

$$K_t = (1+i)^t K_0 = e^{\rho t} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1+i) = e^{\rho}$$

Jaksolliset suoritukset

$$\begin{array}{rcl}
\text{prolongointitekijä } s_{n,i} & = & \dfrac{(1+i)^n - 1}{i} \\
\text{diskonttaustekijä } a_{n,i} & = & \dfrac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \\
\text{kuoletuskerroin } c_{n,i} & = & \dfrac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}
\end{array}$$

Tasaerälaina ja osamaksukauppa

$$\begin{array}{rcl}
\text{annuiteetti } k & = & c_{n,i}K_0 \\
\text{osamaksuerä } k & = & c_{n,i}(H - h + m)
\end{array}$$

$$\sum_{k=1}^{n}(a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \qquad \sum_{k=1}^{n} a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$