

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

1. välikoe, (ma 5.5.2014)

Ratkaise 3 tehtävää. Kokeessa saa olla mukana laskin (myös graafinen laskin on sallittu) ja taulukkokirja (MAOL tai vastaava). opettaja: Matti Laaksonen

1. a) (1p) Laske todellinen vuosikorko, kun kuukausijakson korkokanta on 0,00417368.
b) (2p) Saat käyttöösi 20 000€nyt ja joudut maksamaan kolmen kuukauden kuluttua takaisin 20 500€. Mikä on tähän sopimukseen sisältyvän ”lainan” kuukausikorkokanta ja sen todellinen vuosikorko?
c) (3p) Määritä tasaerälainan annuiteetti, kun lainan määrä on 25 000 euroa, laina-aika on 2,5 vuotta, lainaa lyhennetään kuukausittain, ja todellinen vuosikorko on 3,25%.

2. Vuodessa raaka-ainetaraston läpi kulkee kappaleita $D = 160\,000$ kpl. Yritys aikoo ulkoistaa raaka-ainetarastusten ja raaka-ainetarastojen hoidon. Yritys on saanut tarjoukset kolmelta huolintayritykseltä (H1, H2 ja H3). Yhteenveto tarjousten tiedoista on seuraavassa taulukossa.

	tilauserä q (kpl)	Tilaukust. K (€/erä)	Yksikköyllä- pitokust. h (€/kpl/kk)	Tilaukust. (€/vuosi)	Ylläpi- tokust. (€/kk)
H1	sop. mukaan	20.00	0.080	–	–
H2	5 000	50.00	0.050	1 600.00	125.00
H3	10 000	40.00	0.075	640.00	375.00

(Maininta ”sopimuksen mukaan” H1:n tarjouksessa merkitsee sitä, että tilauserä voidaan sopia tilaajan haluamaksi.)

- a) (3p) Määritä optimaalinen tilauserän koko huolintaliikkeen H1 tiedoin ja laske vastaavat tilaus- ja ylläpitokustannukset kahteen viimeiseen sarakkeeseen.
b) (2p) Tarkista ja tarvittaessa korjaa H2:n ja H3:n osalta tilaus- ja ylläpitokustannukset kahdessa viimeisessä sarakkeessa.
c) (1p) Mikä tarjous on tilaajalle edullisin?

3. Yrityksen kysyntäfunktio on $p = 54 - 0.1q$. Suunnittelemme yrityksen tuotantoa (q) kuukausijaksoissa. Rajakustannus on $MC(q) = 30 + 0.2q$ ja kiinteät kustannukset ovat $FC = 50$.

- a) (1p) Kirjoita tuottofunktion lauseke $R(q)$.
b) (1p) Kirjoita kustannusfunktion lauseke $C(q)$.
c) (1p) Kirjoita voittofunktion lauseke $P(q)$.
d) (3p) Millä tuotannon q arvolla yritys maksimoi voittonsa. Mikä on yrityksen maksimivoitto?

4. a) (3p) Selitä lyhyesti, mitä tarkoittaa y :n jousto x :n suhteen.
b) (3p) Tuotteen kysyntä oli kesäkuussa 700 tuotetta ja hinta oli 25.00€/tuote. Mitkä ovat heinäkuun kysyntä ja hinta, kun hintaa lasketaan 4.0% ja kysynnän hintajousto on -1.80 ?

Kaavoja:

Jaksolliset suoritukset

$$\begin{aligned}\text{prolongointitekijä } s_{n,i} &= \frac{(1+i)^n - 1}{i} \\ \text{diskonttaustekijä } a_{n,i} &= \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \\ \text{kuoletuskerroin } c_{n,i} &= \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\end{aligned}$$

Interpolointi:

$$\hat{y} = y_0 + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}(y_1 - y_0) = y_0 + \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$$

Varastomalleista

$$\begin{aligned}\text{perusmalli } q_0 &= \sqrt{\frac{2KD}{h}} \\ \text{puutemalli } q_1 &= q_0 \sqrt{\frac{h+s}{s}}, \quad M_1 = q_0 \sqrt{\frac{s}{h+s}}, \\ TC_1(q) &= \frac{KD}{q} + \frac{M^2 h}{2q} + \frac{(q-M)^2 s}{2q} \\ \text{tuotantomalli } q_2 &= q_0 \sqrt{\frac{r}{r-D}}, \quad M_2 = q_0 \sqrt{\frac{r-D}{r}}, \\ TC_2(q) &= \frac{KD}{q} + \frac{hq(r-D)}{2r}\end{aligned}$$

Derivaatta ja 2. asteen yhtälö

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}(ax^n) &= nax^{n-1} \\ ax^2 + bx + c = 0 &\Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\end{aligned}$$

Korkokaavat

$$\text{Yksinkertainen: } K_t = (1+it)K_0 = \left(1 + \frac{P}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

$$\text{Koronkorko: } K_t = (1+i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{Jatkuva: } K_t = (1+i)^t K_0 = e^{pt} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1+i) = e^p$$

Tasaerälaina ja osamaksukauppa

$$\text{annuiteetti } k = c_{n,i}K_0, \quad \text{osamaksuerä } k = c_{n,i}(H - h + m)$$

Aritmeettinen- ja geometrinen summa

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$