

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

2. harjoitus, (pe 27.11.2015)

1. Yritys valmistaa kappaletavaraa q kappaletta viikossa. Yhden kappaleen materiaali- ja palkkakustannus on 7 €, joten tuotannon määrästä riippuvat muuttuvat kustannukset ovat $VC = 7q$ (€ viikossa). Yrityksen kiinteät kustannukset ovat $FC = 11250$ (€ viikossa). Lisäksi ahtaiden tuotantotilojen ja varastointiongelmien takia joudutaan turvautumaan ylityöhön, josta aiheutuu kustannuserä $LC = 0.005q^2$ (€ viikossa). Kokonaiskustannus viikossa on siis $TC(q) = FC + VC + LC = 11250 + 7q + 0.005q^2$. Tuotteen myyntihinta on 30€, joten tuottofunktio on $TR = 30q$ (€ viikossa) ja voittofunktio on $P(q) = TR - TC = 23q - 0.005q^2 - 11250$ (€ viikossa). Piirrä voittofunktion $P(q)$ ja yksikkökustannusfunktion $AC(q) = TC(q)/q$ kuvaajat kun $0 < q < 3000$. Mikä on $AC(q)$:n yksikkö? Mikä on mielestäsi järkevä tuotannon määrä?

(Ohje: yksiköt $[q] = \frac{\text{kpl}}{\text{vko}}$, $[P] = \frac{\text{€}}{\text{vko}}$, $[AC] = \frac{\text{€}}{\text{kpl}}$)

2. Laske tehtävässä 1 esiintyneen voittofunktion derivaatta, eli

$$P'(q) = \frac{dP}{dq}.$$

Millä q :n arvolla $P'(q) = 0$? Tarkista tehtävän 1 kuvan avulla nollakohdan paikka. Millä q :n arvoilla $P'(q) \geq 0$? Tarkista tämäkin tehtävän 1 kuvan avulla.

3. Laske derivaatat

- a) $f'(3)$, kun $f(x) = x^2 - 4x$,
- b) $g'(x)$, kun $g(x) = 7x^2 + 5x - 3$,
- c) $h'(x)$, kun $h(x) = 3x \cdot (x^2 - 5)$

4. Erään tuotteen kustannusfunktio on $C(q) = 0.005q^2 + 6q + 200$. a) Määritä rajakustannus $MC(q) = C'(q)$, yksikkökustannus $AC(q) = C(q)/q$ ja kiinteät kustannukset $FC = C(0)$. b) Minkä arvon edellä mainitut funktiot saavat, kun tuotannon määrä on $q = 100$?

5. Edellisessä tehtävässä mainitun tuotteen kysyntäfunktio

$$p = f(q) = 10 - 0.01q$$

kertoo miten hinta (€/kpl) riippuu tarjolla olevien tuotteiden määrästä (kpl/kk). Tuottofunktio

$$R(q) = qp = q(10 - 0.01q) = 10q - 0.01q^2$$

Kertoo tuoton (myynnistä saatu kassatulo). Laske rajatuotto

$$MR(q) = R'(q)$$

6. Tehtävien 4 ja 5 yritys tuottaa nyt kaksisataa tuotetta kuussa ($q = 200$). Laske rajakustannus $MC(200)$ ja rajatuotto $MR(200)$. Kannattaako yrityksen kasvattaa vai pienentää tuotantoaan?

7. Yrityksen erään tuotelinjan kysyntäfunktio on $p = 20 - 0.030q$ ja vastaava kustannusfunktio on $C(q) = 0.02q^2 + 5q + 150$. Millä tuotannon määrällä voitto on suurin mahdollinen. Mikä on maksimivoitto?