

6. harjoitus, (pe 8.1.2016)

1. Laske integraalit

$$a) \int (3x^2 - x) dx \quad b) \int_1^4 (2x + 1) dx$$

$$a) \int (3x^2 - x) dx = \frac{3}{3} x^3 - \frac{1}{2} x^2 + C = \underline{\underline{x^3 - \frac{1}{2} x^2 + C}}$$

$$b) \int_1^4 (2x + 1) dx = \left[x^2 + x \right]_1^4 = (4^2 + 4) - (1^2 + 1) \\ = (16 + 4) - (1 + 1) = \underline{\underline{18}}$$

$$\underline{\underline{Vastaus: a) x^3 - \frac{1}{2} x^2 + C \quad b) 18}}$$

2. Projektin perusinvestointi on $H = 2800\text{€}$. Syntyvän jatkuvan kassavirran voimakkuus on $k = 100\text{ €/kk}$. Kassavirta alkaa hetkellä $t_1 = 0$ (vuotta) ja päättyy hetkellä $t_2 = 2,5$ (vuotta). Jäännösarvo on $JA = +500\text{€}$. Laskentakorkokanta on 6% (p.a.) eli $\rho = \ln(1,06) \frac{1}{\text{vuosi}}$. Jatkuvan korkolaskun mukaan projektin NettoNykyArvo on

$$NNA = -H + \int_{t_1}^{t_2} e^{-\rho t} k(t) dt + e^{-\rho t_2} JA = -H + \frac{k}{\rho} (e^{-\rho t_1} - e^{-\rho t_2}) + e^{-\rho t_2} JA.$$

- a) Laske NNA, kun ($k = 1200\text{€/vuosi}$, $\rho = \ln(1,06) \frac{1}{\text{vuosi}}$, $t_1 = 0$ vuotta $t_2 = 2,5$ vuotta)
 b) Laske NNA, kun ($k = 100\text{€/kk}$, $\rho = \ln(1,06^{1/12}) \frac{1}{\text{kk}}$, $t_1 = 0$ kk $t_2 = 30$ kk)
 c) Mitä voit sanoa sisäisestä korkokannasta?

$$a) k = 1200 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}, \rho = \ln(1,06) \frac{1}{\text{vuosi}}, t_1 = 0 \text{ vuosi}, t_2 = 2,5 \text{ vuosi}$$

$$NNA = -H + \frac{k}{\rho} (e^{-\rho \cdot t_1} - e^{-\rho t_2}) + e^{-\rho t_2} JA$$

$$= -2800 \text{€} + \frac{1200 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}}{\ln(1,06) \frac{1}{\text{vuosi}}} \left(e^{-\ln(1,06) \frac{1}{\text{v}} \cdot 0 \text{v}} - e^{-\ln(1,06) \frac{1}{\text{v}} \cdot 2,5 \text{v}} \right) \\ + e^{-\ln(1,06) \frac{1}{\text{v}} \cdot 2,5 \text{v}} \cdot 500 \text{€}$$

$$= -2800 \text{€} + \frac{1200}{\ln(1,06)} \text{€} \cdot (1 - 1,06^{-2,5}) + 1,06^{-2,5} \cdot 500 \text{€}$$

$$= -2800 \text{€} + 2791,73 \text{€} + 432,22 \text{€}$$

$$= \underline{\underline{423,95 \text{€}}}$$

$$b) k = 100 \frac{\text{€}}{\text{kk}}, \quad \delta = \ln(1,06)^{\frac{1}{12}} \frac{1}{\text{kk}} = \frac{1}{12} \ln(1,06) \frac{1}{\text{kk}}, \quad t_1 = 0 \text{kk}, \quad t_2 = 30 \text{kk}$$

$$\begin{aligned} \text{NNA} &= -H + \frac{k}{\delta} \left(e^{-\delta t_1} - e^{-\delta t_2} \right) + e^{-\delta t_2} \cdot A \\ &= -2800 \text{€} + \frac{100 \frac{\text{€}}{\text{kk}}}{\frac{1}{12} \ln(1,06) \frac{1}{\text{kk}}} \left(1 - e^{-\frac{1}{12} \ln(1,06) \frac{1}{\text{kk}} \cdot 30 \text{kk}} \right) \\ &\quad + e^{-\frac{1}{12} \ln(1,06) \frac{1}{\text{kk}} \cdot 30 \text{kk}} \cdot 500 \text{€} \end{aligned}$$

$$= -2800 \text{€} + \frac{1200 \text{€}}{\ln(1,06)} \cdot \left(1 - 1,06^{-\frac{30}{12}} \right) + 1,06^{-\frac{30}{12}} \cdot 500 \text{€}$$

$$= -2800 \text{€} + 2791,73 \text{€} + 432,22 \text{€}$$

$$= \underline{\underline{423,95 \text{€}}}$$

c) Laskentakorolla 6% p.a. nettomyhy arvo
 on $\text{NNA} > 0 \rightarrow \underline{\underline{i_{\text{sis}} > 0,06}}$

3. Yritys A valmistaa sairaalatarvikkeita. Yritys laskee saavansa toiminnasta nettotulovirran 10 000€/kuukausi.

Yritys B arvioi pystyvänsä parempien asiakaskontaktiensa avulla parempaan tulokseen siten, että samalla tuotantokoneistolla se saisi vakiotulovirran 15 000 euroa kuukaudessa.

Alussa yritys B joutuisi tekemään 20 000€ alkuiinvestoinnit markkinointiin. Onko ajateltavissa, että yritys A myisi tuotantokoneistonsa yritykselle B ja missä rajoissa myyntihinnan pitäisi olla, kun yrityksen käyttävät laskelmissaan korkointensiteettejä $\rho_A = 0.12$ ja $\rho_B = 0.14$?

$$\text{NNA}_A = \frac{12 \cdot 10\,000 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}}{0,12 \frac{1}{\text{vuosi}}} = 1\,000\,000 \text{€}$$

$$\text{NNA}_B = -20\,000 \text{€} + \frac{12 \cdot 15\,000 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}}{0,14 \frac{1}{\text{vuosi}}} = 1\,265\,700 \text{€}$$

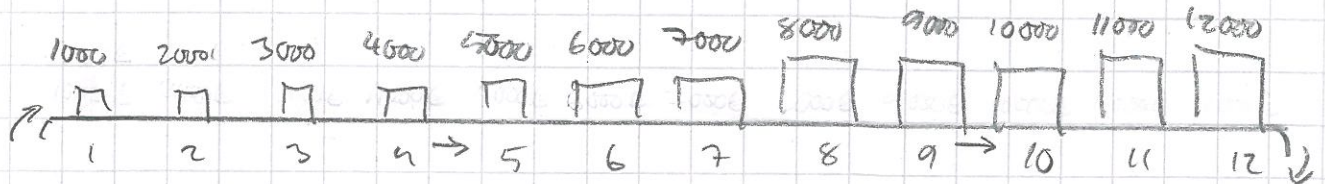
Vastaus: Kauppa oni totentaa, jos hinta on välillä 1,00 ME ... 1,26 ME

4. Yrityksellä on tuotantolinja, jossa on 12 työpistettä, jokaisessa työpisteessä koottavaan tuotteeseen asennetaan osia noin 1000€ edestä. Tuotteen valmistaminen vie aikaa 48 tuntia (eli työpisteet työskentelevät 4h/tuote). Tuotanto on järjestetty jatkuvana kolmivuorotyönä, jolloin tuotteita valmistuu 6kpl/päivä ja 180 kpl/kk.

a) Laske liukuhihnalla oleviin osiin sitoutunut pääoma.

b) Mikä on tämän sitoutuneen pääoman kustannus (€/kk), kun laskentakorko on 8% p.a.?

c) Minkä verran tämä lisää yhden tuotteen valmistuskustannusta?



a) Hihnalla olevien osien arvo

$$1000 \text{ €} + 2000 \text{ €} + \dots + 12000 \text{ €} = 12 \cdot \frac{1000 \text{ €} + 12000 \text{ €}}{2}$$

$$= \underline{\underline{78000 \text{ €}}}$$

b) Vuotuinen pääomakustannus on

$$0,08 \cdot 78000 \text{ €} = \underline{\underline{6240 \text{ €} \text{ (per vuosi!)}}}$$

c) tuotantoon sitoutuneen pääoman kustannus tuotteelta kohden on

$$\frac{6240 \text{ €/vuosi}}{12 \cdot 180 \text{ kpl/vuosi}} = \underline{\underline{2,89 \text{ €/tuote}}}$$

5. Taulukossa on erään tuotteen hinnat peräkkäisinä vuosina.

a) Laske tuotteen hintaindeksin arvot samoille vuosille, kun perusvuotena on 2000.

b) Laske vuotuiset kasvutekijät ja kasvuprosentit.

c) Laske koko aikajaksolle hinnan keskimääräinen kasvuprosentti.

vuosi	hinta	indeksi	kasvutek.	kasvupros.
1998	28,50	101,8		
1999	29,00	103,6	1,0175	1,75%
2000	28,00	100,0	0,9655	-3,45%
2001	28,80	102,9	1,0286	2,86%
2002	29,10	103,9	1,0104	1,04%
2003	30,00	107,1	1,0309	3,09%
2004	31,00	110,7	1,0333	3,33%
2005	31,20	111,4	1,0065	0,65%
2006	32,00	114,3	1,0256	2,56%
2007	33,00	117,9	1,0313	3,13%
2008	33,20	118,6	1,0061	0,61%
2009	33,50	119,6	1,0090	0,90%
2010	34,00	121,4	1,0149	1,49%

$$X_t = \frac{P_t}{P_{2000}} \cdot 100$$

↑ a)
↑ b)

c) kasvutekijöiden keskiarvo on

$$\left(\frac{P_{99}}{P_{98}} \cdot \frac{P_{00}}{P_{99}} \cdot \frac{P_{01}}{P_{00}} \cdot \dots \cdot \frac{P_{10}}{P_{09}} \right)^{\frac{1}{12}}$$

$$= \left(\frac{P_{10}}{P_{98}} \right)^{\frac{1}{12}} = \left(\frac{X_{2010}}{X_{1998}} \right)^{\frac{1}{12}} = \left(\frac{121,4}{101,8} \right)^{\frac{1}{12}}$$

$$= \underline{1,01478} \rightarrow \text{keskimääräinen vuosikasvu on } \underline{1,48\%}$$

6. Erään tuotekorin osalta tiedetään vuosien 2000 ja 2010 hinnat ja ostojen määrät. Perusjankohta on nyt 2000 ja vertailujankohta 2010

tuote	2000			2010		
	p_0	q_0	a_0	p_t	q_t	a_t
1	15,00	100		10,00	300	
2	8,00	500		15,00	100	
3	30,00	20		20,00	200	

- a) Laske Laspeyres'in ja Paashenin hinta-indeksit.
 b) Kerro sanallisesti, miksi indeksit eroavat niin paljon.

$$a) \quad P^L_{2000,2010} = \frac{10\text{€} \cdot 100 + 15\text{€} \cdot 500 + 20\text{€} \cdot 20}{15\text{€} \cdot 100 + 8\text{€} \cdot 500 + 30\text{€} \cdot 20} \cdot 100 = 145,90$$

$$P^P_{2000,2010} = \frac{10\text{€} \cdot 300 + 15\text{€} \cdot 100 + 20\text{€} \cdot 200}{15\text{€} \cdot 300 + 8\text{€} \cdot 100 + 30\text{€} \cdot 200} \cdot 100 = 75,2$$

b) Laspeyresin indeksissä suurimman painon saa tuote #2, jonka hinta nousi paljon.

Paashenin indeksissä suurimman painon saa tuote #1, jonka hinta laski merkittävästi.

∴ Eroon aiheuttaa erilaiset painot.