

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

### 7. harjoitus, (la 9.1.2016)

1. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 3x + 5y = 13 \end{cases}$$

2. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ 4x + 5y - 3z = 3 \\ x + 2y - 2z = 2 \end{cases}$$

3. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 4x + 5y = 8 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

4. Etsi ainakin yksi ratkaisu yhtälöryhmälle

$$\begin{cases} x + 2y + z = -1 \\ 3x + 5y - 2z = 4 \end{cases}$$

Olkoon

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Laske, jos lauseke on järkevä. (Huom kaikki lausekkeet eivät nyt ole hyvin määriteltyjä!)

a)  $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ , b)  $\mathbf{A} + \mathbf{C}$ , c)  $\mathbf{B} + \mathbf{C}$

6. Laske, jos lauseke on järkevä. (Huom kaikki lausekkeet eivät nyt ole hyvin määriteltyjä!)

a)  $\mathbf{AB}$ , b)  $\mathbf{BA}$ , c)  $\mathbf{AC}$ , d)  $\mathbf{CA}$ , e)  $\mathbf{C}^T \mathbf{A}$

7. Kirjoita matriisiyhtälö

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

tavalliseksi yhtälöryhmäksi. Ratkaise  $x$  ja  $y$  yhtälöryhmästä. Tarkista lopuksi, että matriisiyhtälö toteutuu.

8. Matriisin  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$  käänteismatriisi  $\mathbf{K}$  on  $2 \times 2$ -matriisi, jolle

$$\mathbf{K} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Jos  $\mathbf{K}$  tunnetaan, niin edellisen tehtävän matriisiyhtälö voidaan ratkaista seuraavasti

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow & \mathbf{K} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \mathbf{K} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \mathbf{K} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow & \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \mathbf{K} \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

a) Osoita, että  $\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$  on matriisin  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$  käänteismatriisi.

b) Ratkaise matriisiyhtälö  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$  käänteismatriisin avulla.

8. Tuotteiden A, B ja C sisäänostohinnat ovat

tuote	A	B	C
hinta	2.50	0.50	1.00

Sijoitetaan vastaavat luvut matriisiin (hintavektori)

$$\mathbf{p} = ( 2.5 \quad 0.5 \quad 1.0 ).$$

Yritykse kolme osastoa: myyntiosasto (M-os), valmistusosasto (V-os), suunnitteluosasto (S-os) ja Helsingin toimisto (H-to) ostavat tammikuussa tuotteita A, B ja C seuraavan taulukon mukaiset määrät

tuote	A	B	C
M-os	20	30	0
V-os	10	50	20
S-os	0	10	40
H-to	30	10	10

Sijoitetaan nämäkin luvut matriisiin (ostomatriisi)

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 0 \\ 10 & 50 & 20 \\ 0 & 10 & 40 \\ 30 & 10 & 10 \end{pmatrix}.$$

a) Laske matriisilauseke  $\mathbf{pD}^T$ . (Mitä edellä saadun vektorin koordinaatit merkitsevät?)

b) Onko lauseke  $\mathbf{pD}$  järkevä (mikä sen arvo on)?

c) Onko lauseke  $\mathbf{Dp}^T$  järkevä (mikä sen arvo on)?

d) Onko lauseke  $\mathbf{Dp}$  järkevä (mikä sen arvo on)?