

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

1. välikoe, (to 7.1.2016)

Ratkaise 3 tehtävää. Kokeessa saa olla mukana laskin (myös graafinen laskin on sallittu) ja taulukkokirja (MAOL tai vastaava). opettaja: Matti Laaksonen

1. a) (1p) Laske todellinen vuosikorko, kun kuukausijakson korkokanta on 0,00655044.
b) (2p) Laske kuukausikorkokanta, kun todellinen vuosikorko on 4,15%
c) (3p) Määritä tasaerälainan kuukausierä, kun lainan määrä on 20 000 euroa, laina-aika on 18 kuukautta, lainaa lyhennetään kuukausittain, ja todellinen vuosikorko on 5,75%.
2. Yrityksellä on kaksi vaihtoehtoista tapaa ratkaista eräs laitehankinta. Vaihtoehdossa (1) laite maksaa 12 000€ ja sitä käyttäen saadaan nettokassavirta 500€/kuukausi kolmen vuoden ajan ja lopussa laitteen jäännösarvo on 3 000€. Vaihtoehdossa (2) laite maksaa 8 000€ ja sen avulla saadaan aikaan nettokassavirta 400€/kk kolmen vuoden ajan ($JA = 0$). Laskentakorkoon liittyvä todellinen vuosikorko on 4.55%.
 - a) (2p) Vertaa hankintoja nykyarvomenetelmällä.
 - b) (2p) Mitä voit sanoa vaihtoehtojen (1) ja (2) sisäisistä korkokannoista?
 - c) (2p) Mitä menetelmiä on olemassa investointien vertaamiseen?
3. a) (2p) Tuotteen A kysynnästä tiedämme seuraavat arviot: jos tarjonta on $q_1 = 50$, niin hinta asettu tasolle $p_1 = 20.10$ € ja jos tarjonta on $q_2 = 70$, niin hinta on vastaavasti $p_2 = 18.25$ €. Määritä tuotteen A markkinoita kuvaava kysyntäfunktio.
b) (2p) Tuotteen B kysyntäfunktio on $p = 100 - 2q$, rajakustannus on $MC = 20 + 0.2q$ ja kiinteät kustannukset ovat $FC = 300$. Maksimoi voitto.
c) (2p) Mikä on b-kohdan tuotannon kysynnän hintajousto, kun voitto on maksimoitu?
4. a) (3p) Selitä lyhyesti, mitä tarkoittaa y :n jousto x :n suhteen.
b) (3p) Tuotteen hinta on nyt 15,00€/kpl ja kysyntä 5 200 kpl/kk. Tuotteen hintaa nostetaan 5%. Miten kysyntä muuttuu, kun kysynnän hintajousto on $-2,1$?

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

1. välikoe, (to 7.1.2016)

Ratkaise 3 tehtävää. Kokeessa saa olla mukana laskin (myös graafinen laskin on sallittu) ja taulukkirja (MAOL tai vastaava). opettaja: Matti Laaksonen

1. a) (1p) Laske todellinen vuosikorko, kun kuukausijakson korkokanta on 0,00655044.
b) (2p) Laske kuukausikorkokanta, kun todellinen vuosikorko on 4,15%
c) (3p) Määritä tasaerälainan kuukausierä, kun lainan määrä on 20 000 euroa, laina-aika on 18 kuukautta, lainaa lyhennetään kuukausittain, ja todellinen vuosikorko on 5,75%.

$$a) 1+i_{\text{tod}} = 1,00655044^{12} = 1,081499981$$

→ todellinen vuosikorko on 8,15%

$$b) (1+i)^{12} = 1,0415$$

$$\Leftrightarrow 1+i = 1,0415^{1/12} = 1,003394246$$

$$\rightarrow i = 0,003394246$$

$$c) \text{tasaerä} = \frac{[1,0575^{1/12} - 1] \cdot 1,0575^{18/12}}{1,0575^{18/12} - 1} \cdot 20\,000 \text{€}$$
$$= 1161,05 \text{€}$$

2. Yrityksellä on kaksi vaihtoehtoista tapaa ratkaista eräs laitehankinta. Vaihtoehdossa (1) laite maksaa 12 000€ ja sitä käyttäen saadaan nettokassavirta 500€/kuukausi kolmen vuoden ajan ja lopussa laitteen jäännösarvo on 3 000€. Vaihtoehdossa (2) laite maksaa 8 000€ ja sen avulla saadaan aikaan nettokassavirta 400€/kk kolmen vuoden ajan ($JA = 0$). Laskentakorkoon liittyvä todellinen vuosikorko on 4.55%.

- a) (2p) Vertaa hankintoja nykyarvomenetelmällä.
 b) (2p) Mitä voit sanoa vaihtoehtojen (1) ja (2) sisäisistä korkokannoista?
 c) (2p) Mitä menetelmiä on olemassa investointien vertaamiseen?

$$\begin{aligned}
 a) \quad NNA_1 &= -12000€ + \sum_{t=1}^{36} \frac{500€}{(1+i)^t} + \frac{3000€}{(1+i)^{36}} \\
 &= -12000€ + \frac{500€}{(1,0455)^{1/12}} \cdot \frac{(1 - 1,0455^{-36/12})}{(1 - 1,0455^{-1/12})} + \frac{3000€}{1,0455^{36/12}} \\
 &= -12000€ + 16819,13€ + 2625,12€ = 7444,25€
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 NNA_2 &= -8000€ + \sum_{t=1}^{36} \frac{400€}{(1+i)^t} \\
 &= -8000€ + \frac{400€}{1,0455^{1/12}} \cdot \frac{(1 - 1,0455^{-36/12})}{(1 - 1,0455^{-1/12})} \\
 &= -8000€ + 13455,30€ = 5455,30€
 \end{aligned}$$

•• Hankinta (1) on kannattavampi.

b) Kummankin Netto Nykyarvo on positiivinen, joten sisäiset korkokannat ovat isompia kuin 4,55%.

c) Netto nykyarvo (NNA). Netto nykyarvolla nettoerät diskontataan nykyhetkeen ja nämä nykyarvot lasketaan yhteen. Jos $NNA > 0$, investointi on kannattava käytödyllä laitteella. $NNA_1 > NNA_2$

Suhteellinen nykyarvo (SNA) on tulovirran nykyarvo jaettuna menovirran nykyarvolla

$$\begin{aligned}
 SNA_1 &= \frac{16819,13 + 2625,12}{12000} = 1,62 > 1 \\
 SNA_2 &= \frac{13455,30}{8000} = 1,62 > 1
 \end{aligned}$$

$SNA_2 > SNA_1$!

Sisäinen korkokanta i_{sic} on se korko, jolla $UNA = 0$. Sisäinen korkokanta kuvaa lyhyen investoinnin kyttyä antaa korkoa sijoitelmalle pääomalle. Sisäinen korkokanta ei ainakaan ole olemassa. Jos alun heikkujen pöytäkirjojen seurana löydetään positiiviset nettotulokset, niin i_{sic} on olemassa.

Talainnimmallisen aikaa on se aika, josta nettotuloksen tulo kääntyy, jotta perusinvestointi voidaan hoitaa. Talainnimmallisen aika riippuu käytetyistä korkokantoista. Jos projektin kesto on lyhyt (max 2 vuotta) niin korko voidaan jättää huomatta.

ROI eli pääomien tuottoaste. (yhtäen jätteen nettotuloksen jaettuna alusta riippuvalla pääomalla). Tyypillisesti $ROI > i_{sic}$, mutta helposti voidaan antaa lyhyen suunnan päätöksenteolle.

Annuittiperiaatti.

3. a) (2p) Tuotteen A kysynnästä tiedämme seuraavat arviot: jos tarjonta on $q_1 = 50$, niin hinta asettu tasolle $p_1 = 20.10\text{€}$ ja jos tarjonta on $q_2 = 70$, niin hinta on vastaavasti $p_2 = 18.25\text{€}$. Määritä tuotteen A markkinoita kuvaava kysyntäfunktio.

b) (2p) Tuotteen B kysyntäfunktio on $p = 100 - 2q$, rajakustannus on $MC = 20 + 0.2q$ ja kiinteät kustannukset ovat $FC = 300$. Maksimoi voitto.

c) (2p) Mikä on b-kohdan tuotannon kysynnän hintajousto, kun voitto on maksimoitu?

$$a) \quad p = p_1 + \frac{p_2 - p_1}{q_2 - q_1} (q - q_1) = 20,10 + \frac{18,25 - 20,10}{70 - 50} (q - 50)$$

$$= 20,10 - 0,0025(q - 50) = 24,725 - 0,0025q$$

$$b) \quad p = 100 - 2q$$

$$R = 100q - 2q^2$$

$$MR = 100 - 4q$$

$$MC = MR$$

$$20 + 0,2q = 100 - 4q$$

$$4,2q = 80 \quad | \cdot 10,2$$

$$q = 19,0$$

$$MC = 20 + 0,2q$$

$$C = 20q + 0,1q^2 + FC$$

$$= 20q + 0,1q^2 + 300$$

$$P(19) = R(19) - C(19) = 100 \cdot 19 - 2 \cdot 19^2 - (20 \cdot 19 + 0,1 \cdot 19^2 + 300) = 461,90$$

$$c) \quad \begin{array}{l} q = 19 \quad p = 100 - 2 \cdot 19 = 62 \\ q = 20 \quad p = 100 - 2 \cdot 20 = 60 \end{array} \quad \Delta q = 1 \rightarrow \Delta p = -2$$

kysynnän hintajousto on

$$\frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \frac{1}{-2} \cdot \frac{62}{19} = \underline{-1,63}$$

Vastaus: a) $p = 24,725 - 0,0925q$
 b) optimissa $q = 10,0$ $p = P(10) = 461,96$
 c) kysynnän hintajousto on $-1,63$

4. a) (3p) Selitä lyhyesti, mitä tarkoittaa y:n jousto x:n suhteen.

b) (3p) Tuotteen hinta on nyt 15,00€/kpl ja kysyntä 5 200 kpl/kk. Tuotteen hintaa nostetaan 5%. Miten kysyntä muuttuu, kun kysynnän hintajousto on $-2,1$?

a) y:n jousto x:n suhteen on y:n %-muutos
 jaettuna x:n %-muutoksella

$$b) \quad \begin{array}{l} p = 15,00 \text{ €/kpl} \\ q = 5200 \text{ kpl/kk} \end{array}$$

$$p\text{in } \% \text{-muutos} = 5\%$$

$$q\text{in } \% \text{-muutos} = x\%$$

$$\frac{x\%}{5\%} = -2,1$$

$$x\% = -2,1 \cdot 5\% = -10,5\%$$

Vastaus: kysyntä laskee 10,5%