

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

2. välikoe, (ti 26.1.2016)

**Ratkaise 3 tehtävää. Kokeessa saa olla mukana laskin (myös graafinen laskin on sallittu) ja taulukkokirja (MAOL tai vastaava).** opettaja: Matti Laaksonen

1. Ratkaise graafisesti LP-malli

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + x_2 \\ \text{ehdoin} \quad 4x_1 + x_2 &\leq 26 \\ 2x_1 + 4x_2 &\leq 34 \\ x_1 &\geq 3 \\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

2. Laske a) determinantti  $\det(\mathbf{A})$  b) käänteismatriisi  $\mathbf{A}^{-1}$  ja c) tulo  $\mathbf{B}^T \mathbf{A}$ , kun

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ 2y + 3z = 19 \\ 3x + 5y - 2z = 9 \end{cases}$$

4. Laske integraalit

$$\text{a) } \int (3x^2 + x^2) dx \quad \text{b) } \int_2^4 (x+3) dx$$

5. a) Milloin voi ja milloin kannattaa käyttää Cramerin kaavoja?

b) Mitä eroa on homogeenisella ja ei-homogeenisella yhtälöryhmällä? c) Miksi Laspeyresin ja Paaschenin tuoteryhmä-indeksit saattavat erota suuresti toisistaan?

KAAVOJA:

**Derivaatta ja 2. asteen yhtälö**

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}(ax^n) &= nax^{n-1} \\ ax^2 + bx + c = 0 &\Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned}$$

## Korkolasku:

$$K_t = (1 + it)K_0 = \left(1 + \frac{P}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

$$K_t = (1 + i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

$$K_t = (1 + i)^t K_0 = e^{Pt} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1 + i) = e^P$$

## Jaksolliset suoritukset

$$\text{prolongointitekijä } s_{n,i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

$$\text{diskonttaustekijä } a_{n,i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n}$$

$$\text{kuoletuskerroin } c_{n,i} = \frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$$

## Tasaerälaina ja osamaksukauppa

$$\text{annuiteetti } k = c_{n,i}K_0$$

$$\text{osamaksuerä } k = c_{n,i}(H - h + m)$$

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

## Matriisikaavoja ( $n \times n$ ) neliömatriisille $\mathbf{A} = (a_{ij})$

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{k=1}^n (-1)^{i+k} a_{ik} \det(\mathbf{A}_{ik}) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+j} a_{kj} \det(\mathbf{A}_{kj})$$

missä  $\det(\mathbf{A}_{rs})$  on alkioon  $a_{rs}$  liittyvä minori

$$\text{adj}(\mathbf{A}) = (\alpha_{ij})$$

missä  $\alpha_{ij} = (-1)^{i+j} \det(\mathbf{A}_{ji})$  on alkioon  $a_{ji}$  liittyvä kofaktori

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \text{adj}(\mathbf{A})$$

Cramerin kaavat:

$$x_j = D_j / D$$

## Indeksejä

$$\text{Laspeyres } P_{t_0:t}^L = \frac{\sum_i P_{t;i} q_{t_0;i}}{\sum_i P_{t_0;i} q_{t_0;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0:t}^L = \frac{\sum_i q_{t;i} P_{t_0;i}}{\sum_i q_{t_0;i} P_{t_0;i}} \cdot 100$$

$$\text{Paaschen } P_{t_0:t}^P = \frac{\sum_i P_{t;i} q_{t;i}}{\sum_i P_{t_0;i} q_{t;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0:t}^P = \frac{\sum_i q_{t;i} P_{t;i}}{\sum_i q_{t_0;i} P_{t_0;i}} \cdot 100$$