

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

### 5. harjoitus, viikko 7 (11.2.–15.2.13)

R1	ma	10–12	D115	R5	to	14–16	D115
R2	ma	14–16	D115	R6	pe	08–10	D115
R3	ti	08–10	D115	R7	pe	10–12	D115
R4	to	08–10	C209	R8	ti	10–12	D115

#### 1. Laske integraalit

$$\text{a) } \int (3x^2 + 4x + 7)dx, \quad \text{b) } \int_2^5 (4x - 2)dx$$

2. Laske osamaksuerä, kun käteishinta on 25 000€, käsiraha on 5000€, osamaksulisä on 800€. Osamaksuerät maksetaan kuukausittain. Maksuaika on 15 kuukautta ja todellinen vuosikorko on 4.25%.

3. Kassavirran voimakkuus on  $k = 100$  €/kk. Kassavirta alkaa hetkellä  $t_1 = 0$  (vuotta) ja päättyy hetkellä  $t_2 = 2,5$  (vuotta). Laskentakorkokanta on 6% (p.a.) eli  $\rho = \ln(1,06) \frac{1}{\text{vuosi}}$ . Kassavirran nykyarvo on

$$NNA = \int_{t_1}^{t_2} e^{-\rho t} k(t) dt = \frac{k}{\rho} (e^{-\rho t_1} - e^{-\rho t_2}).$$

a) Laske NNA, kun ( $k = 1200$  €/vuosi,  $\rho = \ln(1,06) \frac{1}{\text{vuosi}}$ ,  $t_1 = 0$  vuotta  $t_2 = 2,5$  vuotta )

b) Laske NNA, kun ( $k = 100$  €/kk,  $\rho = \ln(1,06^{1/12}) \frac{1}{\text{kk}}$ ,  $t_1 = 0$  kk  $t_2 = 30$  kk )

4. Verrataan kahta projektia. Projektin A perusinvestointi on 2 000€ ja se tuottaa kahden vuoden ajan 100€/kk. Projektin B perusinvestointi on 16 000€ ja se tuottaa kymmenen vuoden ajan 200€/kk. Laske projektien nettonykyarvot, kun laskentakorko on 8% (todellinen vuosikorko). Ovatko projektit kannattavia?

5. Suhteellinen nykyarvo määritellään kaavalla:

$$\text{suhteellinen nykyarvo} = SNA = \frac{\text{tulovirrannykyarvo}}{\text{kustannusvirrannykyarvo}}$$

Laske tehtävän 4 projekteille suhteelliset nettonykyarvot. Kumpi projekteista on kannattavampi?

6. Laske Excelin IRR-funktion avulla tehtävän 4 projekteille sisäiset korkokannat. Kumpi nyt tuntuu kannattavammalta?

**Kaavoja:**  
**Korkolasku**

yksinkertainen korkolasku:  $K_t = (1 + it)K_0 = (1 + \frac{p}{100}t)K_0$ , kun  $0 < t < 1$

koronkorkolasku:  $K_t = (1 + i)^t K_0$ , kun  $t = 1, 2, 3, \dots$

jatkuva korkolasku:  $K_t = (1 + i)^t K_0 = e^{pt} K_0$ , kun  $t > 1$  ja  $(1 + i) = e^p$

**Jaksolliset suoritukset** prolongointitekijä, diskonttaustekijä, kuoletuskerroin

$$s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}, \quad a_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}, \quad c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

**Tasaerälaina ja osamaksukauppa**

$$k = c_{n,i}K_0, \quad k = c_{n,i}(H - h + m)$$

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

**Kassavirran nettonykyarvo**

$$NPV = k_0 + \sum_{j=1}^n \frac{k_j}{(1+i)^j}$$

**Projektin nettonykyarvo**

$$NPV = -H + \sum_{j=1}^n \frac{k_j}{(1+i)^j}$$