

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

### 8. harjoitus, viikko 11 (11.3.–15.3.13)

R1	ma	10–12	D115	R5	to	14–16	D115
R2	ma	14–16	D115	R6	pe	08–10	D115
R3	ti	08–10	D115	R7	pe	10–12	D115
R4	to	08–10	C209	R8	ti	10–12	D115

1. Ratkaise  $x$  ja  $y$  yhtälöryhmästä

$$\begin{cases} x + ay = 3 \\ 2x + y = 2 \end{cases}, \quad a \in \mathbb{R}$$

2. Ratkaise  $x$  ja  $y$  yhtälöryhmästä

$$\begin{cases} x + ay = b \\ 2x + y = 2 \end{cases}, \quad a, b \in \mathbb{R}$$

3. Etsi ainakin yksi ratkaisu yhtälöryhmälle

$$\begin{cases} x + 2y + z = -1 \\ 3x + 5y - 2z = 4 \end{cases}$$

Olkoon

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Laske, jos lauseke on järkevä. (Huom kaikki lausekkeet eivät nyt ole hyvin määriteltyjä!)

a)  $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ , b)  $\mathbf{A} + \mathbf{C}$ , c)  $\mathbf{B} + \mathbf{C}$

5. Laske, jos lauseke on järkevä. (Huom kaikki lausekkeet eivät nyt ole hyvin määriteltyjä!)

a)  $\mathbf{AB}$ , b)  $\mathbf{BA}$ , c)  $\mathbf{AC}$ , d)  $\mathbf{CA}$ , e)  $\mathbf{C}^T \mathbf{A}$

6. Matriisin

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix},$$

käänteismatriisi on

$$\mathbf{Q}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Käänteismatriisin avulla voidaan helposti ratkaista  $x$  ja  $y$  yhtälöparista

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -13 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

a) Tarkista, että ratkaisu on oikea.

b) Samalla tavalla ratkaise ja tarkista yhtälöryhmät

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 5x + 3y = 19 \end{cases} \quad \text{ja} \quad \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 5x + 3y = 5 \end{cases}$$

7. Tuotteiden A, B ja C sisäänostohinnat ovat

tuote	A	B	C
hinta	2.50	0.50	1.00

Sijoitetaan vastaavat luvut matriisiin (hintavektori)

$$\mathbf{p} = ( 2.5 \quad 0.5 \quad 1.0 ).$$

Yritykse kolme osastoa: myyntiosasto (M-os), valmistusosasto (V-os), suunnitteluosasto (S-os) ja Helsingin toimisto (H-to) ostavat tammikuussa tuotteita A, B ja C seuraavan taulukon mukaiset määrät

tuote	A	B	C
M-os	20	30	0
V-os	10	50	20
S-os	0	10	40
H-to	30	10	10

Sijoitetaan nämäkin luvut matriisiin (ostomatriisi)

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 0 \\ 10 & 50 & 20 \\ 0 & 10 & 40 \\ 30 & 10 & 10 \end{pmatrix}.$$

- Laske matriisilauseke  $\mathbf{pD}^T$ . (Mitä edellä saadun vektorin koordinaatit merkitsevät?)
- Onko lauseke  $\mathbf{pD}$  järkevä (mikä sen arvo on)?
- Onko lauseke  $\mathbf{Dp}^T$  järkevä (mikä sen arvo on)?
- Onko lauseke  $\mathbf{Dp}$  järkevä (mikä sen arvo on)?