

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

### 3. harjoitus, viikko 5 (27.–31.1.2014)

R1	ma	10–12	D115	R5	ti	14–16	B209
R2	ma	14–16	D103	R6	to	12–14	C209
R3	ti	08–10	F104	R7	pe	08–10	A201
R4	ti	12–14	F119	R8	pe	10–12	D115

1. Yrityksen erään tuotelinjan kysyntäfunktio on  $p = 20 - 0.030q$  ja vastaava kustannusfunktio on  $C(q) = 0.02q^2 + 5q + 150$ . Millä tuotannon määrällä voitto on suurin mahdollinen. Mikä on maksimivoitto?

2. Tehdas valmistaa viikossa tuotetta määrän  $q$  ja myy sen hintaan  $p$  (euroa/tuote). Kysyntäfunktio on  $p(q) = 5 - 0.01q$ . Tuotteen valmistaminen aiheuttaa kustannuksia 1,5 euroa/tuote ja valmistusmäärästä riippumaton kiinteä kustannus on 230 euroa/viikko. Yrityksen tuotantokapasiteetti on 150 tuotetta/viikko. Yritys voi ylittää kapasiteettinsa, jos se teettää kapasiteetin ylittävän osan tuotteista ylityönä. Ylityönä tehdyn tuotteen valmistuskustannus on 1,6 euroa/tuote. Jos ylityötä tehdään on kiinteä kustannus 250 euroa/viikko. Millä valmistusmäärällä yritys nyt saa suurimman voiton (voitto = myyntitulo – kustannukset)?

3. Tuotteen A kysyntäfunktio on  $p_A = 20 - 0.2q_A$  ja tuotteen B kysynnän ja hinnan välistä yhteyttä kuvaa yhtälö  $q_B = 6000/p_B^2$ .

a) Piirrä kummankin tuotteen kysyntäfunktion kuvaaja muodossa  $p = f(q)$ .

b) Laske kummankin tuotteen kysynnän hintajousto, kun  $q_1 = 20$ ,  $q_2 = 21$ .

c) Laske kummankin tuotteen kysynnän hintajousto, kun  $q_1 = 80$ ,  $q_2 = 81$ .

$$\text{kysynnän hintajousto} = \frac{(q_2 - q_1)}{(p_2 - p_1)} \cdot \frac{p_1}{q_1}, \quad p_1 = f(q_1), p_2 = f(q_2)$$

4. Erään tuotteen kysynnän hintajousto on  $-1,75$ . Tuotteen hinta on nyt  $12,50\text{€}/\text{kpl}$  ja sen kysyntä on  $1\,200\text{kpl}/\text{kk}$ .

a) Miten muuttuu tuotteen kysyntä, jos tuotteen hintaa lasketaan yhdellä eurolla?

b) Miten muuttuu myyntitulo, jos tuotteen hintaa lasketaan yhdellä eurolla?

c) Tuotteen rajakustannus on  $8,00\text{€}/\text{kpl}$ . Kannattaako yrityksen laskea myyntihintaa eurolla?

5. Suurpesula tarvitsee  $2\,500$  astiaa tiettyä pesuainetta kuukaudessa. Yksikköylläpitokustannus on  $0.5\text{€}/\text{astia}/\text{vuosi}$ . Tilauskustannukset ovat  $75\text{€}$  tilaukselta. Pesula tilaa ainetta nykyisin  $5\,000$  astian erissä. Miten suureen vuosisäästöön pesulan on mahdollista päästä muuttamalla tilauspolitiikkaansa? Miten tilaukset tällöin tehdään? Onko säästö mielestäsi suuri?

6. Vuodessa raaka-ainevaraston läpi kulkee kappaletavaraa  $D = 1600\text{kpl}$ . Tilauskustannus on  $9\text{€}/\text{erä}$  ja varaston ylläpitokustannus on  $1.5\text{€}/(\text{kuukausi} \cdot \text{kpl})$ .

a) Mikä on optimaalinen tilauserän koko, ja miten suuret ovat varastosysteemin vuotuiset kokonaiskustannukset?

b) Raaka-aineen yksikköhinta on  $3,50\text{€}/\text{kpl}$ . Raaka-aineen toimittaja tarjoaa määräalennusta, joka on  $1\%$  ostohinnasta, kun tilauserä on vähintään  $50$  kappaletta, ja  $3\%$  ostohinnasta, kun tilauserä on vähintään  $100$  kappaletta. Mikä on nyt optimaalinen tilauserä?

Kaavoja:

**Kysynnän hintajousto:**

$$\frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \text{jousto}$$

$$MR = p \left( 1 + \frac{1}{\text{kysynnän hintajousto}} \right)$$

**Varastomallit:**

perusmalli  $q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}}$

$$TC_0(q) = \frac{KD}{q} + h \cdot \frac{q}{2}$$

puutemalli  $q_1 = q_0 \sqrt{\frac{h+s}{s}}, \quad M_1 = q_0 \sqrt{\frac{s}{h+s}},$

$$TC_1(q) = \frac{KD}{q} + \frac{M^2 h}{2q} + \frac{(q-M)^2 s}{2q}$$

tuotantomalli  $q_2 = q_0 \sqrt{\frac{r}{r-D}}, \quad M_2 = q_0 \sqrt{\frac{r-D}{r}},$

$$TC_2(q) = \frac{KD}{q} + \frac{hq(r-D)}{2r}$$