



**1. välikoe torstaina 13.2.2014**

**Ratkaise 3 tehtävää.** Kokeessa saa olla mukana laskin ja taulukkokirja.

**A1.** Sellu-pohjaisen raaka-aineen kysyntä on 4800 kg/vuosi. Tilauskustannus on 4,00 euro/tilaus ja varaston yksikköylläpitokustannus on 2,00 €/kg/kuukausi.

- a) (2p) Mikä on optimaalinen tilauserän koko?  
 b) (2p) Mitkä ovat varastonhoidon kokonaiskustannukset vuodessa?

c) Kohdassa käsitellään eri materiaalivirtaa.

Muoviraaka-ainetta tilataan varastoon 200,00 kg erissä. Kirjanpidosta selviää, että vuotuiset tilauskustannukset ovat 30% ja ylläpitokustannukset ovat 70% varastonpidon kokonaiskustannuksista.

(1p) Kannattaako tilauserää suurentaa vai pienentää?

(1p) Esitä arvio optimaalisesta tilauserästä.

(Vihje: Oikea tilauserä on nyt mahdollista ratkaista, sillä tehtävän mukaan

$$\frac{KD}{200,00 \text{ kg}} : \frac{h \cdot 200,00 \text{ kg}}{2} = \frac{30\%}{70\%}, \text{ ja tästä saat arvon lausekkeelle } \frac{2KD}{h}.)$$

Jos ratkaiset optimaalisen tilauserän vihjeen perusteella tai arvaat vastauksen niin, että arvauksesi poikkeaa oikeasta enintään 10% saat pisteen, jos arviosi poikkeaa oikeasta enintään 20% saat puoli pistettä.

$$D = 4800 \text{ kg/vuosi}, \quad K = 4,00 \text{ €}$$

$$h = 2,00 \text{ €/kg/kk} = 24,00 \text{ €/kg/vuosi}$$

$$a) \quad q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \text{ €} \cdot 4800 \frac{\text{kg}}{\text{vuosi}}}{24,00 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{vuosi}}} = 40 \text{ kg}$$

$$b) \quad TC_0 = \frac{KD}{q_0} + h \cdot \frac{q_0}{2}$$

$$= \frac{4 \text{ €} \cdot 4800 \frac{\text{kg}}{\text{vuosi}}}{40 \text{ kg}} + 24,00 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{vuosi}} \cdot \frac{40 \text{ kg}}{2}$$

$$= 480 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} + 480 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} = 960 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}$$

c)  $TC_{\text{tilaus}} < TC_{\text{ylläpito}} \rightarrow$  varastoa pienemmäksi, tilauksia lisää: Siis tilauserää pienennetään.

$$\frac{KD}{200 \text{ kg}} : \frac{h \cdot 200 \text{ kg}}{2} = \frac{30}{70} \rightarrow \frac{KD}{200 \text{ kg}} \cdot \frac{2}{h \cdot 200 \text{ kg}} = \frac{30}{70}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2KD}{h} = \frac{30}{70} \cdot (200 \text{ kg})^2$$

$$\Leftrightarrow q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{30}{70}} \cdot 200 \text{ kg} = 131 \text{ kg}$$

Vastaus: a) 40kg, b) 960€/vuosi, c) tilauserää kannattaa pienentää, optimaalinen tilauserä on 131kg

**A2.** a) (2p) Mikä on kuukausijakson korkokanta, kun todellinen vuosikorko on 4,15%?  
 b) (2p) Mikä on todellinen vuosikorko, jos kuukausijakson korkokanta on 0,005849741?  
 c) (2p) Laske tasaerälainan annuiteetti, kun laina-aika on 30 kuukautta, lainan määrä on 2400€, laina hoidetaan kuukausittain ja lainaan liittyvä todellinen vuosikorko on 4,15%.

a)

$$i = 1,0415^{1/12} - 1 = 0,0033942459$$

b)

$$1 + i_{tod} = 1,005849741^{12} = 1,0725000006 \rightarrow$$

todellinen vuosikorko on 7,25%. c)

$$\begin{aligned} n &= 30 \\ (1+i)^{12} &= 1,0415 \\ K_0 &= 2400\text{€} \\ k &= cK_0 = \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)} \cdot K_0 \\ &= \frac{[1,0415^{1/12} - 1]1,0415^{30/12}}{(1,0415^{30/12} - 1)} \cdot 2400\text{€} = 84,28\text{€} \end{aligned}$$

Vastaus: a) 0,0033942459, b) 7,25%, c) 84.28€.

**A3.** Yritys valmistaa  $q$  tuotetta viikossa. Kysyntäfunktio on  $p = 120 - 0,0025q$  ja vastaava rajakustannusfunktio on  $MC(q) = 0,02q + 40$  ja kiinteät kustannukset ovat  $FC = 50\,000$ .

a) (2p) Millä tuotantomäärällä voitto on suurin?

b) (2p) Mikä on maksimivoitto?

c) (2p) Olkoon yrityksen tuotantomäärä on a-kohdan mukainen. Kun kiinteä kustannus pienenee 10%, niin miten paljon muuttuu voitto, ja miten monta prosenttiyksikköä muuttuu katetuotto-prosentti? (Katetuotto-prosentti = (voitto/tuotto)\*100%.)

Kirjoita vastaus niin, että siitä käy ilmi muutoksen suunta.

a)

$$\begin{aligned} p &= 120 - 0,0025q \\ R &= 120q - 0,0025q^2 \\ MR &= 120 - 0,005q \end{aligned}$$

voiton maksimointi

$$\begin{aligned} MC &= MR \\ 0,02q + 40 &= 120 - 0,005q \\ 0,025q &= 80 \\ q &= 3200 \quad \text{a) vastaus: 3200} \end{aligned}$$

b)

$$MC = 0,02q + 40, \quad FC = 50000$$
$$\rightarrow C = 0,01q^2 + 40q + 50000$$

$$R(3200) = 120 \cdot 3200 - 0,0025 \cdot 3200^2 = 358400$$
$$C(3200) = 0,01 \cdot 3200^2 + 40 \cdot 3200 + 50000 = 280400$$
$$P(3200) = R(3200) - C(3200) = 78000$$

c)

$$\Delta C = -5000$$

$$\Delta R = 0$$

$$\Delta P = +5000$$

	alussa	lopuksi
voitto	78000	83000
tuotto	358400	358400
kt-pros	$\frac{78000}{358400} \cdot 100\%$ = 21,76%	$\frac{83000}{358400} \cdot 100\%$ 23,16%

$$\Delta \text{kt-pros} = 23,16\% - 21,76\% = 1,4 \text{ prosenttiyksikköä}$$

Vastaus: a) 3200 tuotetta viikossa, b) 78000€/vko c) voitto kasvaa 5000€/vko ja kt-prosentti kasvaa 1,4 prosenttiyksikköä

**A4.** a) (3p) Määrittele lyhyesti sanallisesti  $y$ :n jousto  $x$ :n suhteen.

b) (3p) Tuotteen hinta on nyt 30.00€ ja kysyntä 2 800 tuotetta kuukaudessa. Miten muuttuu tuotteen kysyntä, jos tuotteen hintaa nostetaan 1.50 eurolla, ja tuotteen kysynnän hintajousto on -1,8?

a)  $y$ :n jousto  $x$ :n suhteen on  $y$ :n prosenttimuutos jaettuna  $x$ :n prosenttimuutoksella.

b)

$$p = 30,00\text{€}$$

$$q = 2800\text{kpl/kk}$$

$$\Delta p = +1,50\text{€}$$

$$\text{jousto} = -1,8$$

$$\frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \text{jousto}$$
$$\frac{\Delta q}{1,5\text{€}} \cdot \frac{30\text{€}}{2800\text{kpl/kk}} = -1,8$$
$$\Delta q = \frac{-1,8 \cdot 1,50\text{€} \cdot 2800\text{kpl/kk}}{30\text{€}}$$
$$= -252\text{kpl/kk}$$

Vastaus: b) Kysyntä vähenee 252 kpl/kk (-9,0%).

**A1:** Vastaus: a) 40kg, b) 960€/vuosi,  
 c) tilauserää kannattaa pienentää, optimaalinen tilauserä on 131kg.  
**B2:** Vastaus: a) 20kg, b) 480€/vuosi,  
 c) tilauserää kannattaa kasvattaa, optimaalinen tilauserä on 611kg.  
**C3:** Vastaus: a) 100kg, b) 1200€/vuosi,  
 c) tilauserää kannattaa kasvattaa, optimaalinen tilauserä on 100kg.  
**D4:** Vastaus: a) 16kg, b) 384€/vuosi,  
 c) tilauserää kannattaa pienentää, optimaalinen tilauserä on 200kg.

**A2:** Vastaus: a) 0,0033942459, b) 7,25%, c) 84.28€.  
**B3:** Vastaus: a) 0,002595947, b) 4,45%, c) 558.09€.  
**C4:** Vastaus: a) 0,00234453, b) 6,52%, c) 171.59€.  
**D1:** Vastaus: a) 0,004153777, b) 3,82%, c) 202.21€.

**A3:** Vastaus: a) 3200 tuotetta viikossa, b) 78000€/vko  
 c) voitto kasvaa 5000€/vko ja kt-prosentti kasvaa 1,4 prosenttiyksikköä.  
**B4:** Vastaus: a) 1000 tuotetta viikossa, b) 6000€/vko  
 c) voitto pienenee 150€/vko ja kt-prosentti pienenee 0,86 prosenttiyksikköä.  
**C1:** Vastaus: a) 1600 tuotetta viikossa, b) 24000€/vko  
 c) voitto kasvaa 1600€/vko ja kt-prosentti kasvaa 1,8 prosenttiyksikköä.  
**D2:** Vastaus: a) 2000 tuotetta viikossa, b) 20000€/vko  
 c) voitto pienenee 3000€/vko ja kt-prosentti pienenee 3,3 prosenttiyksikköä.

**A4:** Vastaus: b) Kysyntä vähenee 252 kpl/kk (−9,0%).  
**B1:** Vastaus: b) Kysyntä kasvaa 250 kpl/kk (+8,3%).  
**C2:** Vastaus: b) Kysyntä vähenee 300 kpl/kk (−20,0%).  
**D3:** Vastaus: b) Kysyntä kasvaa 165 kpl/kk (+3,7%).

### Kaavoja:

$$\frac{d}{dx} ax^n = n \cdot ax^{n-1}, \quad f(x) \approx f(x_1) + \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$\text{Perusmalli} \quad q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}}, \quad \text{Puutemalli} \quad q_1 = q_0 \sqrt{\frac{h+s}{s}}$$

$$\text{Puutemalli} \quad M_1 = q_0 \sqrt{\frac{s}{h+s}}, \quad TC_1(q) = \frac{KD}{q} + \frac{M^2 h}{2q} + \frac{(q-M)^2 s}{2q}$$

$$\text{yksinkertainen korkolasku: } K_t = (1+it)K_0 = \left(1 + \frac{p}{100}t\right)K_0, \quad \text{kun } 0 < t < 1$$

$$\text{koronkorkolasku: } K_t = (1+i)^t K_0, \quad \text{kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{jatkuva korkolasku: } K_t = (1+i)^t K_0 = e^{pt} K_0, \quad \text{kun } t > 1 \text{ ja } (1+i) = e^p$$

$$s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}, \quad a_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}, \quad c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$\text{annuiteetti: } k = c_{n,i}K_0, \quad \text{osamaksuerä: } k = c_{n,i}(H - h + m)$$

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

$$MR = p \cdot \left(1 + \frac{1}{\text{kysynnän hintajousto}}\right)$$