

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

### 6. harjoitus, viikko 9 (23.–27.2.2015)

R1	ma	8–10	D115	R5	ti	14–16	C209
R2	ma	14–16	B209	R6	to	10–12	C209
R3	ti	08–10	C209	R7	pe	08–10	D115
R4	ti	12–14	C209	R8	pe	10–12	D115

Viikon 9 harjoituksissa H6 käydään läpi ensimmäisen välikokeen tehtävät ja kokeillaan joi-takin Excel-funktioita. Varsinaisia kotitehtäviä ei opiskelijoille nyt anneta, vaan esimerkit ovat vähän 'hämäriä' ja siksi ne käsitellään 'ex tempore'.

**Excel esimerkki 1.** Tuotteen A kysyntäfunktio on  $p_A = 20 - 0.2q_A$  ja tuotteen B kysynnän ja hinnan välistä yhteyttä kuvaa yhtälö  $q_B = 6000/p_B^2$ .

- Piirrä kummankin tuotteen kysyntäfunktion kuvaaja muodossa  $p = f(q)$ .
- Piirrä kummankin tuotteen kysynnän hintajousto  $q$ :n funktiona.

**Excel esimerkki 2.** Yritys saa kolmen seuraavan vuoden lopussa 1000€ (Kolme kertaa tu-hat euroa vuoden välein). Diskonttaus korkokanta on 4.25% p.a. Laske tuottojen nykyhet-keen diskontattujen nykyarvojen summa, kun

- 'nyt-hetki' on ensimmäisen vuoden alku, ja kun
- 'nyt-hetki' on ensimmäisen vuoden huhtikuun ensimmäinen päivä.

Seuraavassa välikokeen A-tehtäväsarja.

**A1.** Sellu-pohjaisen raaka-aineen kysyntä on 2500 kg/vuosi. Raaka-aineen tilauskustannus on 12,00 euro/tilaus ja raaka-ainevaraston yksikköylläpitokustannus on 2,00 €/kg/kuukausi.

- (2p) Mikä on optimaalinen tilauserän koko?
- (2p) Mitkä ovat varastonhoidon kokonaiskustannukset vuodessa?
- (2p) Miten monta prosenttia 'tilauskustannukset' (vuodessa), 'ylläpitokustannukset' (vuodessa) ja kokonaiskustannukset' (vuodessa) muuttuvat, jos tilauserää kasvatetaan 14% op-timiarvosta.

**A2.** a) (2p) Mikä on kuukausijakson korkokanta, kun todellinen vuosikorko on 3,82%?

b) (2p) Mikä on todellinen vuosikorko, jos kuukausijakson korkokanta on 0,00497019?

c) (2p) Laske tasaerälainan annuiteetti, kun laina-aika on 30 kuukautta, lainan määrä on 2400€, laina hoidetaan kuukausittain ja lainaan liittyvä todellinen vuosikorko on 3,82%.

**A3.** Yritys valmistaa  $q$  tuotetta viikossa. Kysyntäfunktio on  $p = 120 - 0,030q$  ja vastaava rajakustannusfunktio on  $MC(q) = 0,04q + 20$  ja kiinteät kustannukset ovat  $FC = 8000$ .

- (2p) Millä tuotantomäärällä voitto on suurin?
- (2p) Mikä on maksimivoitto?
- (2p) Mikä on tuotteen kysynnän hintajousto, kun tuotantomäärä on optimaalinen?

**A4.** a) (3p) Määrittele lyhyesti sanallisesti  $y$ :n jousto  $x$ :n suhteen. (Kerro sanallisesti miten jousto lasketaan.)

b) (3p) Tuotteen hinta on nyt 20.00€ ja kysyntä 1 200 tuotetta kuukaudessa. Miten muuttuu tuotteen kysyntä, jos tuotteen hintaa nostetaan 1.20 eurolla, ja tuotteen kysynnän hintajousto on -2.0?

## Kaavoja:

$$\frac{d}{dx}ax^n = n \cdot ax^{n-1}$$

## Interpolointi:

$$f(x) \approx f(x_1) + \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}(x - x_1) = f(x_1) + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}(f(x_2) - f(x_1))$$

## Varastomallit:

$$\begin{aligned} \text{perusmalli} \quad q_0 &= \sqrt{\frac{2KD}{h}} \\ \text{puutemalli} \quad q_1 &= q_0 \sqrt{\frac{h+s}{s}}, \quad M_1 = q_0 \sqrt{\frac{s}{h+s}}, \\ TC_1(q) &= \frac{KD}{q} + \frac{M^2h}{2q} + \frac{(q-M)^2s}{2q} \end{aligned}$$

## Korkolasku:

yksinkertainen korkolasku:

$$K_t = (1 + it)K_0 = \left(1 + \frac{p}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

koronkorkolasku:

$$K_t = (1 + i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

jatkuva korkolasku:

$$K_t = (1 + i)^t K_0 = e^{pt} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1 + i) = e^p$$

## Jaksolliset suoritukset

$$\text{prolongointitekijä } s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\text{diskonttaustekijä } a_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

$$\text{kuoletuskerroin } c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

## Tasaerälaina ja osamaksukauppa

annuiteetti:  $k = c_{n,i}K_0$  osamaksuerä:  $k = c_{n,i}(H - h + m)$

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

## Rajatuotto ja kysynnän hintajousto

$$MR = p \cdot \left(1 + \frac{1}{\text{kysynnän hintajousto}}\right)$$