

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

### 8. harjoitus, viikko 11 (9.–13.2.2015)

R1	ma	8–10	D115	R5	ti	14–16	C209
R2	ma	14–16	B209	R6	to	10–12	C209
R3	ti	08–10	C209	R7	pe	08–10	D115
R4	ti	12–14	C209	R8	pe	10–12	D115

1. Muuttuja  $x$  saa arvoja väliltä  $0 \leq x \leq 2$  niin, että todennäköisyystiheys on  $\phi(x) = 0,75 \cdot (2x - x^2)$ . Funktion kerroin valitaan niin, että  $\int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) dx = 1$ .

a) Tarkista, että kerroin on oikein asetettu. Ts. laske integraali

$$\int_0^2 \phi(x) dx$$

b) Laske muuttujan  $x$  odotusarvo

$$E[x] = \int_0^2 x \cdot \phi(x) dx.$$

c) Millä todennäköisyydellä  $x \geq 1.2$ . Ts. Laske

$$P[x \geq 1.2] = \int_{1.2}^2 \phi(x) dx$$

2. Erään tuotekorin osalta tiedetään vuosien 2000 ja 2010 hinnat ja ostojen määrät. Perusjankohta on nyt 2000 ja vertailujankohta 2010

tuote	2000		2010	
	$p_0$	$q_0$	$p_t$	$q_t$
1	10,00	200	15,00	100
2	2,00	500	8,00	100
3	30,00	20	10,00	300

a) Laske Laspeyres'in ja Paashenin hintaindeksit.

b) Mikä selittää indeksien suuren eron?

3. Laske tehtävän 2 tuotekorille Fisherin volyyymi-indeksi.

4. Ratkaise yhtälöryhmät

$$a) \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4x + 5y = 14 \\ x + 2y = 5 \end{cases}, \quad b) \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4x + 5y = 14 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$$

5. Yritys valmistaa muoviraaka-aineesta kahta tuotetta A ja B. Tuotteen A valmistaminen vie aikaa 15min ja raaka-ainetta 10kg. Tuotteen B valmistaminen vie aikaa 12min ja raaka-ainetta 15kg. Raaka-ainetta on olemassa 2500 kg/viikko ja laitteisto, jolla tuotteita valmistetaan on käytössä 40 tuntia viikossa. Yhden A-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 5 euroa ja yhden B-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 7 euroa. Mahdollisesti käyttämättä jäänyt muoviraaka-aine voidaan myydä hintaan 300 euroa/tonni. Määrittele päätösmuuttujat ja muodosta lp-malli myyntivoiton maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia.)

## 6. Ratkaise graafisesti seuraava lp-malli

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + x_2 \\ \text{ehdoin} \quad 3x_1 + x_2 &\leq 39 \\ x_1 + x_2 &\leq 18 \\ x_1 + 4x_2 &\leq 48 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

### Indeksikaavoja

$$\text{Laspeyres} \quad P_{t_0:t}^L = \frac{\sum_i p_{t;i} q_{t_0;i}}{\sum_i p_{t_0;i} q_{t_0;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0:t}^L = \frac{\sum_i q_{t;i} p_{t_0;i}}{\sum_i q_{t_0;i} p_{t_0;i}} \cdot 100$$

$$\text{Paaschen} \quad P_{t_0:t}^P = \frac{\sum_i p_{t;i} q_{t;i}}{\sum_i p_{t_0;i} q_{t_0;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0:t}^P = \frac{\sum_i q_{t;i} p_{t;i}}{\sum_i q_{t_0;i} p_{t_0;i}} \cdot 100$$

$$\text{Fisher} \quad P_{t_0:t}^F = \sqrt{P_{t_0:t}^L \cdot P_{t_0:t}^P}, \quad Q_{t_0:t}^F = \sqrt{Q_{t_0:t}^L \cdot Q_{t_0:t}^P}$$