

D**1. välikoe torstaina 12.2.2015****Ratkaise 3 tehtävää.** Kokeessa saa olla mukana laskin ja taulukkokirja.

D1. Sellu-pohjaisen raaka-aineen kysyntä on 16 000 kg/vuosi. Raaka-aineen tilauskustannus on 45,00 euro/tilaus ja raaka-ainevaraston yksikköylläpitokustannus on 0,75 €/kg/kuukausi.

- a) (2p) Mikä on optimaalinen tilauserän koko?
 b) (2p) Mitkä ovat varastonhoidon kokonaiskustannukset vuodessa?
 c) (2p) Miten monta prosenttia 'tilauskustannukset' (vuodessa), 'ylläpitokustannukset' (vuodessa) ja kokonaiskustannukset' (vuodessa) muuttuvat, jos tilauserää pienennetään 5% optimiarvosta.

$$D = 16\,000 \frac{\text{kg}}{\text{vuosi}}, \quad K = 45,00 \text{ €}, \quad h = 0,75 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{kk}} = 9,00 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{vuosi}}$$

$$a) \quad q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45 \cdot 16000}{9}} \text{ kg} = \underline{\underline{400 \text{ kg}}}$$

$$b) \quad TC(400) = \frac{KD}{400 \text{ kg}} + h \cdot \frac{400 \text{ kg}}{2} = \frac{45 \text{ €} \cdot 16000 \frac{\text{kg}}{\text{vuosi}}}{400 \text{ kg}} + 9,00 \frac{\text{€}}{\text{kg} \cdot \text{vuosi}} \cdot \frac{400 \text{ kg}}{2}$$

$$= \underbrace{1800 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}}_{\text{Tilaus}} + \underbrace{1800 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}}_{\text{Ylläpito}} = \underbrace{3600 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}}_{\text{Kokonaiskust.}}$$

$$c) \quad TC(380) = \frac{45 \cdot 16000 \text{ €}}{380 \text{ vuosi}} + 9,00 \cdot \frac{380 \text{ €}}{2 \text{ vuosi}}$$

$$= 1894,74 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} + 1710 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}} = 3604,74 \frac{\text{€}}{\text{vuosi}}$$

$$\text{Tilauuskust. muuttuu} \quad \frac{1894,74 - 1800}{1800} \cdot 100\% = +5,26\%$$

$$\text{Ylläpitokust. muuttuu} \quad \frac{1710 - 1800}{1800} \cdot 100\% = -5,00\%$$

$$\text{Kokonaiskust. muuttuu} \quad \frac{3604,74 - 3600}{3600} \cdot 100\% = +0,13\%$$

Vastaus: a) 400 kg b) 3600 €/vuosi

c) Tilauuskustannus kasvaa 5,3%
 Ylläpitokustannus vähenee 5,0%
 Kokonaiskustannus kasvaa 0,13%

D2. a) (2p) Mikä on kuukausijakson korkokanta, kun todellinen vuosikorko on 5.15%?

b) (2p) Mikä on todellinen vuosikorko, jos kuukausijakson korkokanta on 0,0049623002?

c) (2p) Laske tasaerälainan annuiteetti, kun laina-aika on 22 kuukautta, lainan määrä on 5250€, laina hoidetaan kuukausittain ja lainaan liittyvä todellinen vuosikorko on 5.15%.

$$a) i_{kk} = 1,0515^{1/12} - 1 = \underline{\underline{0,00419357822}}$$

$$b) (1 + i_{tod}) = 1,0049623002^{12} = 1,061199997$$

→ tod. vuosikorko on 6,12%

$$c) \begin{aligned} (1+i)^{12} &= 1,0515 & n &= 22 \\ 1+i &= 1,0515^{1/12} & K_0 &= 5250 \text{ €} \\ i &= 1,0515^{1/12} - 1 \end{aligned}$$

$$k = c K_0 = \frac{i(1+i)^n}{((1+i)^n - 1)} \cdot K_0 = \frac{[1,0515^{1/12} - 1] 1,0515^{22/12}}{(1,0515^{22/12} - 1)} \cdot 5250 \text{ €}$$
$$= 250,31 \text{ €}$$

(Tarhistus: $22 \cdot 250,31 \text{ €} = 5506,82 \text{ € ok}$)

Vastaus:

- kuukausikorkokanta on 0,00419357822
- todellinen vuosikorko on 6,12%
- tasaerä on 250,31€

D3. Yritys valmistaa q tuotetta viikossa. Kysyntäfunktio on $p = 120 - 0,020q$ ja vastaava rajakustannusfunktio on $MC(q) = 0,06q + 20$ ja kiinteät kustannukset ovat $FC = 8000$.

- a) (2p) Millä tuotantomäärällä voitto on suurin?
 b) (2p) Mikä on maksimivoitto?
 c) (2p) Mikä on tuotteen kysynnän hintajousto, kun tuotantomäärä on optimaalinen?

$$\begin{aligned} a) \quad p &= 120 - 0,02q \\ R &= 120q - 0,02q^2 \\ MR &= 120 - 0,04q \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} MC &= MR \\ 0,06q + 20 &= 120 - 0,04q \\ 0,1q &= 100 \\ \underline{\underline{q}} &= \underline{\underline{1000}} \end{aligned}$$

$$b) \quad \left. \begin{aligned} FC &= 8000 \\ MC &= 0,06q + 20 \end{aligned} \right\} \rightarrow C = 0,03q^2 + 20q + 8000$$

$$\begin{aligned} P(1000) &= R(1000) - C(1000) = (120 \cdot 1000 - 0,02 \cdot 1000^2) - (0,03 \cdot 1000^2 + 20 \cdot 1000 + 8000) \\ &= 120000 - 20000 - 30000 - 20000 - 8000 \\ &= \underline{\underline{42000}} \end{aligned}$$

$$c) \quad \textcircled{I} \quad \begin{aligned} \text{jos } q &= 1000, \text{ min } p(1000) = 120 - 0,02 \cdot 1000 = 100,00 \\ \text{jos } q &= 1010, \text{ min } p(1010) = 120 - 0,02 \cdot 1010 = 99,80 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} q &= 1000 \\ p &= 100 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \Delta q &= 10 \\ \Delta p &= -0,20 \end{aligned} \quad \text{Jousto} = \frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \frac{10}{-0,20} \cdot \frac{100}{1000} = \underline{\underline{-5,0}}$$

$$\textcircled{II} \quad p = 120 - 0,02q \rightarrow \frac{dp}{dq} = -0,02 \rightarrow \frac{dq}{dp} = -50$$

$$\text{Jousto} = \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q} = -50 \cdot \frac{100}{1000} = \underline{\underline{-5,0}}$$

$$\textcircled{III} \quad MR = p \left(1 + \frac{1}{\text{Jousto}} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{MR}{p} - 1 = \frac{1}{\text{Jousto}} \rightarrow \text{Jousto} = \frac{p}{MR - p} = \frac{100}{(120 - 0,04 \cdot 1000) - 100} = \underline{\underline{-5,0}}$$

Vastaus: a) 1000 tuotetta viikossa
 b) 42000 /ko
 c) -5,0

D4. a) (3p) Määrittele lyhyesti sanallisesti y:n jousto x:n suhteen. (Kerro sanallisesti miten jousto lasketaan.)

b) (3p) Tuotteen hinta on nyt 24.00€ ja kysyntä 10 200 tuotetta kuukaudessa. Miten muuttuu tuotteen kysyntä, jos tuotteen hintaa vähennetään 2.50 eurolla, ja tuotteen kysynnän hintajousto on -2,0?

a) y:n jousto x:n suhteen on y:n %-muutos jaettuna x:n %-muutokseksi

$$\text{Jousto} = \frac{\frac{\Delta y}{y} \cdot 100\%}{\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%} = \frac{\Delta y}{y} \cdot \frac{x}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{y}$$

$$\left. \begin{array}{l} b) \quad p = 24,00 \text{ €} \\ \quad q = 10\,200 \text{ kpl/ku} \\ \quad \Delta p = -2,50 \text{ €} \\ \quad \Delta q = x \\ \quad \text{jousto} = -2,0 \end{array} \right\}$$

$$\frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \text{jousto}$$
$$\Rightarrow \frac{x}{-2,50 \text{ €}} \cdot \frac{24,00 \text{ €}}{10\,200 \frac{\text{kpl}}{\text{ku}}} = -2,0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2,0 \cdot (-2,50 \text{ €}) \cdot 10\,200 \frac{\text{kpl}}{\text{ku}}}{24,00 \text{ €}}$$
$$= \underline{\underline{2\,125 \frac{\text{kpl}}{\text{ku}}}}$$

$$\textcircled{\text{II}} b) \quad p\text{:n } \% \text{-muutos} = \frac{-2,50 \text{ €}}{24,00 \text{ €}} \cdot 100\% = -10,4167\%$$

$$q\text{:n } \% \text{-muutos} = x\%$$

$$\frac{x\%}{-10,4167\%} = -2,0 \rightarrow x\% = -2,0 \cdot (-10,4167\%)$$
$$= 20,83\%$$

Vastaus: b) kysyntä nousee 2130 tuotetta kuukaudessa

II) b) kysyntä nousee 20,8%