

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

Opettaja: Matti Laaksonen



1. välikoe perjantaina 27.3.2015

Ratkaise 3 tehtävää. Kokeessa saa olla mukana laskin ja taulukkokirja.

A1. Laske integraalit

$$\text{a) } \int (2x^3 - 6x + 5) dx, \quad \text{b) } \int_1^3 (4 + 2x - 6x^2) dx$$

A2. Ratkaise LP-malli

$$\begin{aligned} \max z = & x_1 + 4x_2 \\ \text{ehdoin} & 2x_1 + x_2 \leq 14 \\ & x_1 + x_2 \leq 10 \\ & x_1 \geq 2 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

A3. a) (4p) Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x - 2y + z = 3 \\ y - z = -2 \\ 2x - 5y + z = 4 \end{cases}$$

b) (2p) Cramerin kaavat? (Milloin niitä voi käyttää? Milloin niitä kannattaa käyttää?)

A4. Olkoon

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Laske $\det(\mathbf{M})$, $\mathbf{Q}^T \mathbf{M} \mathbf{Q}$ ja \mathbf{M}^{-1} .

A5. Erään tuotekorin osalta tiedetään vuosien 2000 ja 2010 hinnat ja ostojen määrät. Perusajankohta on nyt 2000 ja vertailuajankohta 2010

tuote	2000		2010	
	p_0	q_0	p_t	q_t
1	10,00	200	15,00	300
2	2,00	500	8,00	100
3	30,00	20	15,00	100

a) Laske Laspeyres'in ja Paashenin hintaindeksit.

b) Mikä selittää indeksien suuren eron?

Korkolasku:

$$K_t = (1 + it)K_0 = \left(1 + \frac{P}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

$$K_t = (1 + i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

$$K_t = (1 + i)^t K_0 = e^{Pt} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1 + i) = e^P$$

Jaksolliset suoritukset

$$s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}, \quad a_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}, \quad c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Tasaerälaina ja osamaksukauppa

$$\text{annuiteetti } k = c_{n,i}K_0$$

$$\text{osamaksuerä } k = c_{n,i}(H - h + m)$$

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

Matriisikaavoja ($n \times n$) neliöatriisille $\mathbf{A} = (a_{ij})$

$$\det(\mathbf{A}) = \sum_{k=1}^n (-1)^{i+k} a_{ik} \det(\mathbf{A}_{ik}) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+j} a_{kj} \det(\mathbf{A}_{kj})$$

missä $\det(\mathbf{A}_{rs})$ on alkioon a_{rs} liittyvä minori

$$\text{adj}(\mathbf{A}) = (\alpha_{ij})$$

missä $\alpha_{ij} = (-1)^{i+j} \det(\mathbf{A}_{ji})$ on alkioon a_{ji} liittyvä kofaktori

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{A})} \text{adj}(\mathbf{A})$$

Cramerin kaavat:

$$x_j = D_j / D$$

Indeksejä

$$\text{Laspeyres} \quad P_{t_0:t}^L = \frac{\sum_i P_{t;i} q_{t_0;i}}{\sum_i P_{t_0;i} q_{t_0;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0:t}^L = \frac{\sum_i q_{t;i} P_{t_0;i}}{\sum_i q_{t_0;i} P_{t_0;i}} \cdot 100$$

$$\text{Paaschen} \quad P_{t_0:t}^P = \frac{\sum_i P_{t;i} q_{t;i}}{\sum_i P_{t_0;i} q_{t;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0:t}^P = \frac{\sum_i q_{t;i} P_{t;i}}{\sum_i q_{t_0;i} P_{t_0;i}} \cdot 100$$