

# Esimerkki Matriisin kääntäminen rivioperaatioin

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

TAULU 0  $\left( \begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$  ← Ensimmäisessä taulussa  $A, I$  rinnakkain

Aletaan tekemään rivioperaatioita niin, että vasen puoli muuttuu  $I$ :ksi

#1: vaihdetaan rivi 1 ja rivi 3 (syy: saadaa tulokkeiden paikkaan 1,1 ylemmän kolmanlaisen tullen

TAULU 1  $\left( \begin{array}{ccc|ccc} \textcircled{1} & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right)$

#2: lisätään rivi 2:een (-3):lla kerralla rivi 1

#3: lisätään rivi 3:een (-2):lla kerralla rivi 1

$$\begin{array}{l} \text{rivi 2 } (3 \ 1 \ 4 \ | \ 0 \ 1 \ 0) \\ +(-3) \cdot \text{rivi 1 } (-3 \ 0 \ -6 \ | \ 0 \ 0 \ -3) \\ \hline \text{uusi rivi 2 } (0 \ 1 \ -2 \ | \ 0 \ 1 \ -3) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{rivi 3 } (2 \ 1 \ 3 \ | \ 1 \ 0 \ 0) \\ +(-2) \cdot \text{rivi 1 } (-2 \ 0 \ -4 \ | \ 0 \ 0 \ -2) \\ \hline \text{uusi rivi 3 } (0 \ 1 \ -1 \ | \ 1 \ 0 \ -2) \end{array}$$

TAULU 2  $\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \textcircled{1} & -2 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & -2 \end{array} \right)$

#4: lisätään rivi 3:een (-1):lla kerralla rivi 2

$$\begin{array}{l} \text{rivi 3 } (0 \ 1 \ -1 \ | \ 1 \ 0 \ -2) \\ +(-1) \cdot \text{rivi 2 } (0 \ -1 \ 2 \ | \ 0 \ -1 \ 3) \\ \hline \text{uusi rivi 3 } (0 \ 0 \ 1 \ | \ 1 \ -1 \ 1) \end{array}$$

$$\text{TAULU 3} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{array} \right)$$

#5: lisätään rivitteen (-2):llä kerrottu rivi 3

#6: lisätään rivitteen 2:llä kerrottu rivi 3

$$\begin{array}{l} \text{rivi 1} (1 \ 0 \ 2 \ | \ 0 \ 0 \ 1) \\ + (-2) \cdot \text{rivi 3} (0 \ 0 \ -2 \ | \ -2 \ 2 \ -2) \\ \hline \text{uusi rivi 1} (1 \ 0 \ 0 \ | \ -2 \ 2 \ -1) \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{rivi 2} (0 \ 1 \ -2 \ | \ 0 \ 1 \ -3) \\ + 2 \cdot \text{rivi 3} (0 \ 0 \ 2 \ | \ 2 \ -2 \ 2) \\ \hline \text{uusi rivi 2} (0 \ 1 \ 0 \ | \ 2 \ -1 \ -1) \end{array}$$

$$\text{TAULU 4} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Ilmaise } \det(A) &= +2 \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ &= 2(2-0) - (6-4) + 3(0-1) = 4 - 2 - 3 = -1 \end{aligned}$$

$$m_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \quad m_{12} = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \quad m_{13} = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1$$

$$m_{21} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \quad m_{22} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \quad m_{23} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1$$

$$m_{31} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 \quad m_{32} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -1 \quad m_{33} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

$$\begin{aligned} A^{-1} &= \frac{1}{\det(A)} \text{Adj}(A) = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} (2) & -(2) & (1) \\ -(2) & (1) & -(-1) \\ (-1) & -(-1) & (-1) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$