

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

10. harjoitus, viikko 14 (4.4.–8.4.2016)

R1	ma	10–12	F455	R5	ti	14–16	F455
R2	ma	14–16	F455	R6	to	12–14	F455
R3	ti	08–10	F455	R7	pe	08–10	F455
R4	ti	12–14	F455	R8	pe	10–12	F455

1. Määritä a) rivioperaatioiden avulla b) adjungaattikaavalla käänteismatriisi matriisille

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Alla on taulukossa esitettyä erään yrityksen tuotannon jakautuminen ja panosten käyttö tilikaudella. Laske tuotteiden omakustannusarvot.

		Os1	Os2	Os3	myynti (kpl)	yhteensä (kpl)	hinta (€/kpl)
	Os1	50	100	0	850	1000	p_1
	Os2	10	40	50	400	500	p_2
	Os3	20	0	30	200	250	p_3
raaka-aine 1	tt1	300	0	700		1000	1.00
raaka-aine 2	tt2	400	400	0		800	10.00
työvoima 1	tt3	70	100	150		320	20.00
työvoima 2	tt4	10	15	10		35	50.00

(vihje: Tehtävään liittyvä teoria löytyy luentokalvolta www.uva.fi/~mla/orms1030/L24.pdf).

Laskuissa tarvittavat ”teknologia-matriisi” \mathbf{A} ja ”tuotannontekijöiden panos-tuotos -matriisi” \mathbf{B} ovat

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0.050 & 0.200 & 0.000 \\ 0.010 & 0.080 & 0.200 \\ 0.020 & 0.000 & 0.120 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0.300 & 0.000 & 2.800 \\ 0.400 & 0.800 & 0.000 \\ 0.070 & 0.200 & 0.600 \\ 0.010 & 0.030 & 0.040 \end{pmatrix}$$

3. Kasvata edellisen tehtävän yksikköhintoja siten, että jokaisesta tuotteesta saadaan 15% kate. Laske sitten jokaisen osaston kokonaistuotokset, myyntituotot ja tuotannontekijöiden kustannukset, kun lopputuotteiden myynti muuttuu seuraavan taulukon mukaiseksi.

	myynti (kpl)
Os1	500
Os2	1000
Os3	400

Miten suuren katteen yritys kokonaisuudessaan saa ?

4. Ratkaise Cramerin kaavoilla muuttujan x arvo yhtälöryhmästä

$$\begin{cases} x - 2y + z = -7 \\ y - 2z = 0 \\ 3x + 9y - 5z = 0 \end{cases}$$

5. Laske pienimmän neliösumman ratkaisu yhtälöryhmälle

$$x \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 3 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(Ohje: Tehtävään liittyvä teoria löytyy luentokalvolta

www.uva.fi/~mla/orms1030/L25Uva.pdf)

6. Kaupungissa on 10 000 taloutta, jossa pyykki pestää käyttäen jotakin kolmesta pesuaineesta "A", "B" tai "C". Pesuaine A on laadukasta ja vastaa hyvin kuluttajien tarpeita. Niistä kuluttajista, jotka edellisellä kerralla ostivat A-paketin 90% ostaa seuraavallakin kerralla A-paketin ja 10% vaihtaa pesuainetta (5% ostaa B-paketin ja 5% ostaa C-paketin). B-pesuaine ei ole yhtä laadukasta kuin A-pesuaine. B-pesuainetta ostaneista 80% pysyy samassa ja 20% vaihtaa merkkiä (15% ostaa A:ta ja 5% ostaa C:tä). C-pesuaine on heikkolaatuisinta. Sen käyttäjistä vain 50% ostaa samaa pesuainetta seuraavallakin kerralla ja 50% vaihtaa ainetta (30% ostaa A:ta ja 20% ostaa B:tä).

Indeksoidaan tuotteet luonnollisella tavalla: A \sim 1, B \sim 2 ja C \sim 3. Olkoon x_{jk} tuotteen j markkinaosuus "kierroksella" k . Silloin

$$x_{1k} + x_{2k} + x_{3k} = 10000, \forall k$$

Markkinaosuuksista saadaan osuusvektori

$$\vec{x}_k = \begin{pmatrix} x_{1k} \\ x_{2k} \\ x_{3k} \end{pmatrix}$$

Osuusvektorin odotusarvo kierroksella $k + 1$ saadaan siirtymä-todennäköisyyksien perusteella lausekkeesta

$$\vec{x}_{k+1} = \begin{pmatrix} x_{1;k+1} \\ x_{2;k+1} \\ x_{3;k+1} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0,90 & 0,15 & 0,30 \\ 0,05 & 0,80 & 0,20 \\ 0,05 & 0,05 & 0,50 \end{pmatrix}}_{=P} \begin{pmatrix} x_{1k} \\ x_{2k} \\ x_{3k} \end{pmatrix} = P\vec{x}_k$$

Pesuaine A on juuri tullut myyntiin ja lähtötilanteen osuusjakauma on

$\vec{x}_0 = (0 \quad 7000 \quad 3000)^T$. Laske pesuaineen A markkinaosuus kierroksilla $1, \dots, 5$. (Jos et laske käsin vaan käytät laskemiseen exceliä, niin laske odotusarvot pidemmälle aikajaksolle, $k = 1, \dots, 100$.)

7. Mikä on tehtävässä 6 kuvattujen markkinoiden tasapainojakauma \vec{x}^* . Tasapainojakauman saat ratkaisemalla yhtälöryhmän

$$P\vec{x}^* = \vec{x}^*$$