

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030**1. harjoitus, viikko 3 (18.-22.1.2016)**

R1	ma	10-12	F455	R5	ti	14-16	F455
R2	ma	14-16	F455	R6	to	12-14	F455
R3	ti	08-10	F455	R7	pe	08-10	F455
R4	ti	12-14	F455	R8	pe	10-12	F455

1. Sievennä seuraavat lausekkeet. Anna tulos murtolukuna ja desimaalilukuna. Tee laskut ensin kynällä ja paperilla, ja sitten laskimella.

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{6}$ b) $\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2} - \frac{2}{5}}$ c) $\frac{5/3}{2/4 \cdot 3} \cdot \frac{4}{5}$ d) $\frac{4}{1 + \frac{8}{3}}$

$$a) \frac{3/3}{4} - \frac{2/1}{6} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12} \approx 0,583$$

$$3 \boxed{\div} 4 \boxed{-} 1 \boxed{\div} 6 \boxed{=} \rightarrow 0,583333333$$

$$b) \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2} - \frac{2}{5}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{5}{10} - \frac{4}{10}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{10}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{10}{1} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2,50$$

$$\frac{(\frac{1}{4})}{(\frac{1}{2} - \frac{2}{5})}$$

$$\boxed{1} \boxed{\div} 4 \boxed{)} \boxed{1} \boxed{\div} 2 \boxed{=} 2 \boxed{\div} 5 \boxed{)} \boxed{=} \rightarrow 2,5$$

$$c) \frac{5/3}{2/4 \cdot 3} \cdot \frac{4}{5} = \left(\frac{5/3}{(2/4) \cdot 3} \right) \cdot \frac{4}{5} = \left(\frac{5/3}{1/2 \cdot 3} \right) \cdot \frac{4}{5}$$

$$= \left(\frac{5/3}{(3/2)} \right) \cdot \frac{4}{5} = \frac{5}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{9} \approx 0,889$$

$$\boxed{1} \boxed{5} \boxed{\div} 3 \boxed{)} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{\div} 4 \boxed{\times} 3 \boxed{)} \boxed{\times} 4 \boxed{\div} 5 \boxed{=} \rightarrow 0,888888888$$

$$d) \frac{4}{1 + \frac{8}{3}} = \frac{4}{\frac{3}{3} + \frac{8}{3}} = \frac{4/1}{11/3} = \frac{4 \cdot 3}{11} = \frac{12}{11} \approx 1,091$$

$$4 \boxed{\div} \boxed{1} \boxed{+} 8 \boxed{\div} 3 \boxed{)} \boxed{=} \rightarrow 1,090909091$$

2. Sievennä seuraavat lausekkeet. Tee laskut ensin kynällä ja paperilla, ja sitten laskimella.

a) $25^2 + 2 \cdot 5^2$ b) $5^{-1} + 25^0$ c) $(0,2)^{-2}$

a) $25^2 + 2 \cdot 5^2$
 $= 625 + 2 \cdot 25 = 675$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 625 \end{array}$$

$25 \square \wedge 2 + 2 \square \times 5 \square \wedge 2 \square \equiv 675$

b) $5^{-1} + 25^0 = \frac{1}{5} + 1 = \frac{1}{5} + \frac{5}{5} = \frac{6}{5} \approx 1,20$

$5 \square \wedge (-1) \square \equiv 1 \square \wedge 25 \square \wedge 0 \square \equiv \rightarrow 1,2$

c) $(0,2)^{-2} = \frac{1}{0,2^2} = \frac{1}{0,04} = \frac{1}{4/100} = \frac{100}{4} = 25$

$(0,2)^{-2} = \left(\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}\right)^2 = 5^2 = 25$

$\square 0,2 \square \wedge (-2) \square \equiv 25 \square \equiv \rightarrow 25$

3. Ratkaise seuraava yhtälö. Älä muuta kertoimia desimaaliluvuiksi, vaan laske kokonais- tai murtoluvuilla. Anna vastaus sekä murtolukuna, että desimaalilukuna kolmen merkitsevän numeron tarkkuudella.

$$x + \frac{1}{2} = 1 - \frac{x}{2}$$

$x + \frac{1}{2} = 1 - \frac{x}{2} \quad | \cdot 2$
 $\Rightarrow 2x + 1 = 2 - x$
 $\Rightarrow 2x + x = 2 - 1$
 $\Rightarrow 3x = 1 \quad | :3$
 $\Rightarrow x = \frac{1}{3}$

4. Ratkaise yhtälöt

a) $5 - x = 8 - 5x$

b) $3(2x+1) = 6(x-1)$

c) $4x^2 + 5x + 1 = 0$

a) $5 - x = 8 - 5x$

$\Leftrightarrow -x + 5x = 8 - 5$

$\Leftrightarrow 4x = 3 \quad | :4$

$\Leftrightarrow x = \frac{3}{4} \quad (\approx 0,75)$

b) $3(2x+1) = 6(x-1)$

$6x + 3 = 6x - 6$

$6x - 6x = -6 - 3$

$0 = -9$

epätosi kaikilla x :n arvoilla

\rightarrow Ratkaisujoukko on tyhjä

c) $4x^2 + 5x + 1 = 0$

$\Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4} = \frac{-5 \pm 3}{8}$

$\Rightarrow x = \frac{-5+3}{8} = -\frac{1}{4}$ tai $x = \frac{-5-3}{8} = -1$

Vastaus a) $x = \frac{3}{4}$ b) ratkaisujoukko on tyhjä

c) $x = -\frac{1}{4}$ tai $x = -1$

5. Yritys hankkii 4,25 tonnia raaka-ainetta ja maksaa siitä 1400 euroa. Raaka-aine on kosteata siten, että 10,1% massasta on vettä. Raaka-aineeseen lisätään kuivaa väriaineita 120kg ja vettä niin, että lisäysten jälkeen massasta on vettä 15,0%.

a) Mikä on lisäysten jälkeen värjätyn raaka-aine-erän massa?

b) Mikä on värjätyn raaka-aineen yksikköhinta, kun väriaineen hinta on 3,20€/kg ja vesi ei maksa mitään?

c) Mikä on väriaineen euromääräinen osuus ja prosentti-osuus värjätyn raaka-aineen hinnasta?

① Alkuun raaka-ainetta 4250 kg
 josta vettä $0,101 \cdot 4250 \text{ kg} = 429,25 \text{ kg}$
 ja kuivaa-ainetta $0,899 \cdot 4250 \text{ kg} = 3820,75 \text{ kg}$

② Lisätään kuivaa väriainetta 120 kg
 ja vettä x kg

③ lopussa koko massa $4370 \text{ kg} + x \text{ kg}$
 josta vettä $429,25 \text{ kg} + x \text{ kg}$

a) veden osuus 15,0% koko massasta

$$\rightarrow 429,25 \text{ kg} + x \text{ kg} = \frac{15,0}{100} \cdot (4370 \text{ kg} + x \text{ kg})$$

$$\Rightarrow 429,25 + x = 0,150 \cdot 4370 + 0,150 x$$

$$\Rightarrow x - 0,150 x = 0,150 \cdot 4370 - 429,25$$

$$\Rightarrow 0,850 x = 226,25 \quad | : 0,850$$

$$\Rightarrow x = 266,176$$

\rightarrow vettä lisätään 266 kg

$$\rightarrow \text{lopullinen massa on } 4250 \text{ kg} + 120 \text{ kg} + 266 \text{ kg} = 4636 \text{ kg}$$

$$b) \frac{\text{HINTA}}{\text{MÄÄRÄ}} = \frac{1400 \text{ €} + 120 \text{ kg} \cdot 3,20 \frac{\text{€}}{\text{kg}}}{4636 \text{ kg}} = 0,38481 \frac{\text{€}}{\text{kg}} = 384,81 \frac{\text{€}}{\text{tn}}$$

c) prosentti-osuus (hoidettävän eränä)

$$\frac{120 \cdot 3,20 \text{ €}}{1400 \text{ €} + 120 \cdot 3,20 \text{ €}} \cdot 100\% = \frac{384}{1784} \cdot 100\% = 21,5\%$$

tonni värjättyä raaka-ainetta maksaa 384,81 € ja

väriaineen osuus siitä on $\frac{21,5}{100} \cdot 384,81 \text{ €} = 82,73 \text{ €}$

Vastaus: a) 4636 kg b) $384,81 \frac{\text{€}}{\text{tn}}$ c) 21,5%, 82,73 €/tn

6. Yritys myy valmistamansa tuotteet 125€ hintaan.

Kate (myyntitulo - valmistuskustannus) on 12,50€ per tuote (eli 10,0% myyntihinnasta).

Raaka-aineen hankintakustannus on 72,50€ per tuote. Raaka-aineen hinta laskee 10,00%:lla.

Muut valmistuskustannukset eivät muutu (työ yms.). Laske:

a) Miten monta euroa kate kasvaa(per tuote)?

b) Miten monta prosenttia kate kasvaa?

c) Miten monta prosenttiyksikköä kate kasvaa?

d) Miten muuttuu raaka-aineen hankintakustannuksen prosenttiosuus kokonais-valmistuskustannuksista?

Alussa

Tuotteen hinta 125,00 €/kpl

Kust. { raaka-aine - 72,50 €/kpl

muut - 40,00 €/kpl

Kate 12,50 €/kpl

$$(125 - 72,50 - 40,00) \cdot \frac{100}{125,00} = 10,0\%$$

Uusi raaka-aineen hinta (per tuote) on

$$0,9000 \cdot 72,50 \text{ €/kpl} = 65,25 \text{ €/kpl}$$

Uusi tilanne

tuotteen hinta 125,00 €/kpl

kust. { raaka-aine - 65,25 €/kpl

muut - 40,00 €/kpl

19,75 €/kpl

$$\frac{19,75}{125,00} \cdot 100\% = 15,8\%$$

$$a) 19,75 \frac{\text{€}}{\text{kpl}} - 12,50 \frac{\text{€}}{\text{kpl}} = 7,25 \frac{\text{€}}{\text{kpl}}$$

$$b) \frac{19,75 \frac{\text{€}}{\text{kpl}} - 12,50 \frac{\text{€}}{\text{kpl}}}{12,50 \frac{\text{€}}{\text{kpl}}} \cdot 100\% = 58\%$$

$$c) 15,8\% - 10,0\% = 5,8 \text{ prosenttiyksikköä}$$

$$d) \text{Lopulta pros.osuus on } \frac{65,25}{109,25} \cdot 100\% = 62,0\%$$

$$\text{alussa pros.osuus oli } \frac{72,50}{112,50} \cdot 100\% = 64,4\%$$

$$62,0\% - 64,4\% = -2,4 \text{ prosenttiyksikköä}$$

• raaka-aineen osuus valmistuskustannuksista pienempi 2,4 prosenttiyksikköä