

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

### 7. harjoitus, viikko 10 (7.3.–11.3.2016)

|    |    |       |      |    |    |       |      |
|----|----|-------|------|----|----|-------|------|
| R1 | ma | 10–12 | F455 | R5 | ti | 14–16 | F455 |
| R2 | ma | 14–16 | F455 | R6 | to | 12–14 | F455 |
| R3 | ti | 08–10 | F455 | R7 | pe | 08–10 | F455 |
| R4 | ti | 12–14 | F455 | R8 | pe | 10–12 | F455 |

#### 1. Laske integraalit

$$\text{a) } \int (3x^2 - x)dx \quad \text{b) } \int_1^4 (2x + 1)dx$$

#### 2. Tarkista derivoimalla alla olevan kaavakokoelman kaavat (1), (2) ja (3).

Tarvitset tulon derivointikaavaa  $D(f(x) \cdot g(x)) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$  ja eksponenttifunktion derivaatan kaavaa  $D(be^{rx}) = r \cdot be^{rx}$ .

#### 3. Eksponenttijakauman tiheysfunktio on $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ , missä oletamme, että $x > 0$ ja $\lambda > 0$ . Laske integraali

$$\int_0^{\infty} f(x)dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b \lambda e^{-\lambda x} dx.$$

(Ohje: raja-arvoa laskiessa tulee vastaan muoto  $\lim_{x \rightarrow \infty} P(x)e^{-\lambda x}$ . Tämä raja-arvo on 0, sillä tekijä  $e^{-\lambda x}$  pienenee kohden nollaa nopeammin kuin mikään polynomi.)

#### 4. Eksponenttijakauman tiheysfunktio on $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ . Laske eksponenttijakauman odotusarvo eli integraali

$$\int_0^{\infty} xf(x)dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b x \cdot \lambda e^{-\lambda x} dx.$$

#### 5. Erään tuotekorin osalta tiedetään vuosien 2000 ja 2010 hinnat ja ostojen määrät. Perusajankohta on nyt 2000 ja vertailuajankohta 2010

| tuote | 2000  |       |       | 2010  |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       | $p_0$ | $q_0$ | $a_0$ | $p_t$ | $q_t$ | $a_t$ |
| 1     | 15,00 | 100   |       | 10,00 | 300   |       |
| 2     | 8,00  | 500   |       | 15,00 | 100   |       |
| 3     | 30,00 | 20    |       | 20,00 | 200   |       |

a) Laske Laspeyres'in, Paashenin ja Fisherin hinta-indeksit.

b) Kerro sanallisesti, miksi indeksit eroavat niin paljon.

#### 6. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 3x + 5y = 13 \end{cases}$$

#### 7. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ 4x + 5y - 3z = 3 \\ x + 2y - 2z = 2 \end{cases}$$

#### 8. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 4x + 5y = 8 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

## Kaavoja:

$$(1) \quad \int a e^{rx} dx = \frac{a}{r} e^{rx} + C,$$

$$(2) \quad \int a x e^{rx} dx = \frac{a}{r^2} (rx - 1) e^{rx} + C$$

$$(3) \quad \int a x^2 e^{rx} dx = \frac{a}{r^3} (r^2 x^2 - 2rx + 2) e^{rx} + C$$

$$D(f(x) \cdot g(x)) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$D(b e^{rx}) = r \cdot b e^{rx}$$

$$\int f(x) dx = F(x) \leftrightarrow D(F(x)) = f(x)$$

## Indeksejä

$$\text{Laspeyres} \quad P_{t_0:t}^L = \frac{\sum_i p_{t;i} q_{t_0;i}}{\sum_i p_{t_0;i} q_{t_0;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0:t}^L = \frac{\sum_i q_{t;i} p_{t_0;i}}{\sum_i q_{t_0;i} p_{t_0;i}} \cdot 100$$

$$\text{Paaschen} \quad P_{t_0:t}^P = \frac{\sum_i p_{t;i} q_{t;i}}{\sum_i p_{t_0;i} q_{t_0;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0:t}^P = \frac{\sum_i q_{t;i} p_{t;i}}{\sum_i q_{t_0;i} p_{t_0;i}} \cdot 100$$

$$\text{Fisher} \quad P_{t_0:t}^F = \sqrt{P_{t_0:t}^L \cdot P_{t_0:t}^P}, \quad Q_{t_0:t}^F = \sqrt{Q_{t_0:t}^L \cdot Q_{t_0:t}^P}$$