Vaasan yliopisto, kevät 2018

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

10. harjoitus, viikko 12 (19.3.–24.3.2018)

R1	ma	12–14	F453	R5	ti	14–16	F453
R2	ma	14–16	F453	R6	to	12–14	F425
R3	ti	08–10	F425	R7	pe	08–10	F453
R4	ti	12–14	F453	R8	pe	10–12	F453

1. Määritä a) rivioperaatioiden avulla b) adjungaatin avulla käänteismatriisi matriisille

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Ratkaise Cramerin kaavoilla yhtälöryhmä.

$$\begin{cases} x + 3y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 5 \\ 2x + 3y + 2z = 0 \end{cases}$$

3. Laske determinantit

$$\text{a)} \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} \qquad \text{b)} \quad \begin{vmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 1 & 6 & 0 \\ 1 & 8 & 0 \end{vmatrix}.$$

4. Etsi jokin ei-triviaali ratkaisu yhtälöryhmälle

$$\begin{cases} 3x - 3y + z = 0 \\ y - z = 0 \\ -3x + 4y - 2z = 0 \end{cases}$$

5. Onko $\boldsymbol{M}$ matriisi

$$\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Jos yhtälöryhmällä $\boldsymbol{M}\vec{x} = \vec{b}$ on ratkaisu, niin se saadaan kaavalla $\vec{x} = \boldsymbol{M}^{\dagger}\vec{b}$. (ns. Pienimmän Neliösumman Ratkaisu), missä

$$\boldsymbol{M}^{\dagger} = (\boldsymbol{M}^T\boldsymbol{M})^{-1}\boldsymbol{M}^T$$

Käyttäen kaavaa, laske Exelillä kaavan mukainen ratkaisu, kun

a) $\vec{b} = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}^T$, ja kun b) $\vec{b} = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}^T$.

c) Ovatko a- ja b- kohdan PNS-ratkaisut todellisia ratkaisuja?

6. Alla on taulukossa esitettynä erään yrityksen tuotannon jakautuminen ja panosten käyttö tilikaudella. Laske tuotteiden omakustannusarvot. Teorian löydät kurssin verkkosivulta slaidilta L28b (tai opetusmonisteen sivuilta 238–247).

		Os1	Os2	Os3	myynti (kpl)	yhteensä (kpl)	hinta (€/kpl)
	Os1	50	100	0	850	1000	p_1
	Os2	10	40	50	400	500	p_2
	Os3	20	0	30	200	250	p_3
raaka-aine 1	tt1	300	0	700		1000	1.00
raaka-aine 2	tt2	400	400	0		800	15.00
työvoima 1	tt3	70	100	150		320	25.00
työvoima 2	tt4	10	15	10		35	50.00

Tarvittava kaava on: $\boldsymbol{p}^T = \boldsymbol{c}^T\boldsymbol{B}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}$, missä

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0{,}05 & 0{,}20 & 0{,}00 \\ 0{,}01 & 0{,}08 & 0{,}20 \\ 0{,}02 & 0{,}00 & 0{,}12 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 0{,}30 & 0{,}00 & 2{,}80 \\ 0{,}40 & 0{,}80 & 0{,}00 \\ 0{,}07 & 0{,}20 & 0{,}60 \\ 0{,}01 & 0{,}03 & 0{,}04 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 0{,}95 & -0{,}20 & 0{,}00 \\ -0{,}01 & 0{,}92 & -0{,}20 \\ -0{,}02 & 0{,}00 & 0{,}88 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{c} = \begin{pmatrix} 1{,}00 \\ 15{,}00 \\ 25{,}00 \\ 50{,}00 \end{pmatrix}$$

$$(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1} = \begin{pmatrix} 1{,}056146942 & 0{,}229597161 & 0{,}052181173 \\ 0{,}016697975 & 1{,}090586516 & 0{,}247860572 \\ 0{,}024003340 & 0{,}005218117 & 1{,}137549572 \end{pmatrix}$$

6*. Miten edellisen tehtävän omakustannusarvot muuttuvat, jos toisen tuotannontekijän ('raaka-aine 2') yksikköhinta kasvaa eurolla (10,00€/kpl → 11,00€/kpl)? Jolloin siis

$$\boldsymbol{c}_{uusi} = \begin{pmatrix} 1{,}00 \\ 16{,}00 \\ 25{,}00 \\ 50{,}00 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \Delta\boldsymbol{c} = \boldsymbol{c}_{uusi} - \boldsymbol{c}_{alkup} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$