

**Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030****8. harjoitus, viikko 10 (5.3.–9.3.2018)**

R1	ma	12–14	F453	R5	ti	14–16	F453
R2	ma	14–16	F453	R6	to	12–14	F425
R3	ti	08–10	F425	R7	pe	08–10	F453
R4	ti	12–14	F453	R8	pe	10–12	F453

1. Erään tuotekorin osalta tiedetään vuosien 2000 ja 2010 hinnat ja ostojen määrät. Perusajankohta on nyt 2000 ja vertailuajankohta 2010

tuote	2000		2010	
	$p_0$	$q_0$	$p_t$	$q_t$
1	10,00	200	15,00	100
2	2,00	500	8,00	100
3	30,00	20	10,00	300

- a) Laske Laspeyres'in ja Paashenin hintaindeksit.  
 b) Mikä selittää indeksien suuren eron?  
 c) Laske Fisherin hintaindeksi samalle datalle.

$$a) P^L = \frac{200 \cdot 15 + 500 \cdot 8 + 20 \cdot 10}{200 \cdot 10 + 500 \cdot 2 + 20 \cdot 30} \cdot 100 = \underline{\underline{200}}$$

$$P^P = \frac{100 \cdot 15 + 100 \cdot 8 + 300 \cdot 10}{100 \cdot 10 + 100 \cdot 2 + 300 \cdot 30} \cdot 100 = \underline{\underline{52}}$$

b) Laspeyres painottaa tuotetta 2, jonka hinta nousi  $\rightarrow$  iso indeksi

Paashen painottaa tuotetta 3, jonka hinta romahti  $\rightarrow$  pieni indeksi

$$c) P^F = \sqrt{P^L \cdot P^P} = \sqrt{200 \cdot 52} = \underline{\underline{102}}$$

## 2. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ 4x + 5y - 3z = 3 \\ x + 2y - 2z = 2 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} \textcircled{1} & 2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & -3 & 3 \end{array} \right) \begin{array}{l} \cdot(-2) \quad \cdot(-4) \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & \textcircled{-3} & 5 & -1 \\ 0 & -3 & 5 & -5 \end{array} \right) \begin{array}{l} \cdot(-1) \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\sim \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{array} \right) \text{ ei ylöstiä}$$

Y: yhtälöryhmälle ei ole ratkaisua

## 3. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 4x + 5y = 8 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{cc|c} \textcircled{1} & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 8 \end{array} \right) \begin{array}{l} \cdot(-2) \quad \cdot(-4) \\ \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\sim \left( \begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 0 & \textcircled{-3} & -4 \\ 0 & -3 & -4 \end{array} \right) \begin{array}{l} \cdot(-1) \\ \leftarrow + \end{array}$$

$$\sim \left( \begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \text{ ok} \rightarrow \begin{cases} x + 2y = 3 & (1) \\ -3y = -4 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (2) &\rightarrow y = \frac{4}{3} \\ (1) &\rightarrow x + 2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{9}{3} \rightarrow x = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\underline{\text{Vastaus: } x = \frac{1}{3}, y = \frac{4}{3}}$$

4. Yritys valmistaa muoviraaka-aineesta kahta tuotetta A ja B. Tuotteen A valmistaminen vie aikaa 15min ja raaka-ainetta 10kg. Tuotteen B valmistaminen vie aikaa 12min ja raaka-ainetta 15kg. Raaka-ainetta on olemassa 2500 kg/viikko ja laitteisto, jolla tuotteita valmistetaan on käytössä 40 tuntia viikossa. Yhden A-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 5 euroa ja yhden B-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 7 euroa. Mahdollisesti käyttämättä jäänyt muoviraaka-aine voidaan myydä hintaan 300 euroa/tonni. Määrittele päätösmuuttujat ja muodosta lp-malli myyntivoiton maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia.)

Päätös muuttujat:

$x_1$  = tuotteen A valmistus (kpl/vko)

$x_2$  = " " B " " (kpl/vko)

$x_3$  = myytävä raaka-aine (kg/vko)

Tavoite funktio

$$z = 5x_1 + 7x_2 + 0,3x_3$$

rajoitukset

Aika:  $15x_1 + 12x_2 \leq 2400$  (min)

Raaka-aine:  $10x_1 + 15x_2 + x_3 \leq 2500$  (kg)

Malli:

Max	$z = 5x_1 + 7x_2 + 0,3x_3$	
s.t.	$15x_1 + 12x_2$	$\leq 2400$
	$10x_1 + 15x_2 + x_3$	$\leq 2500$
	$x_1, x_2, x_3$	$\geq 0$

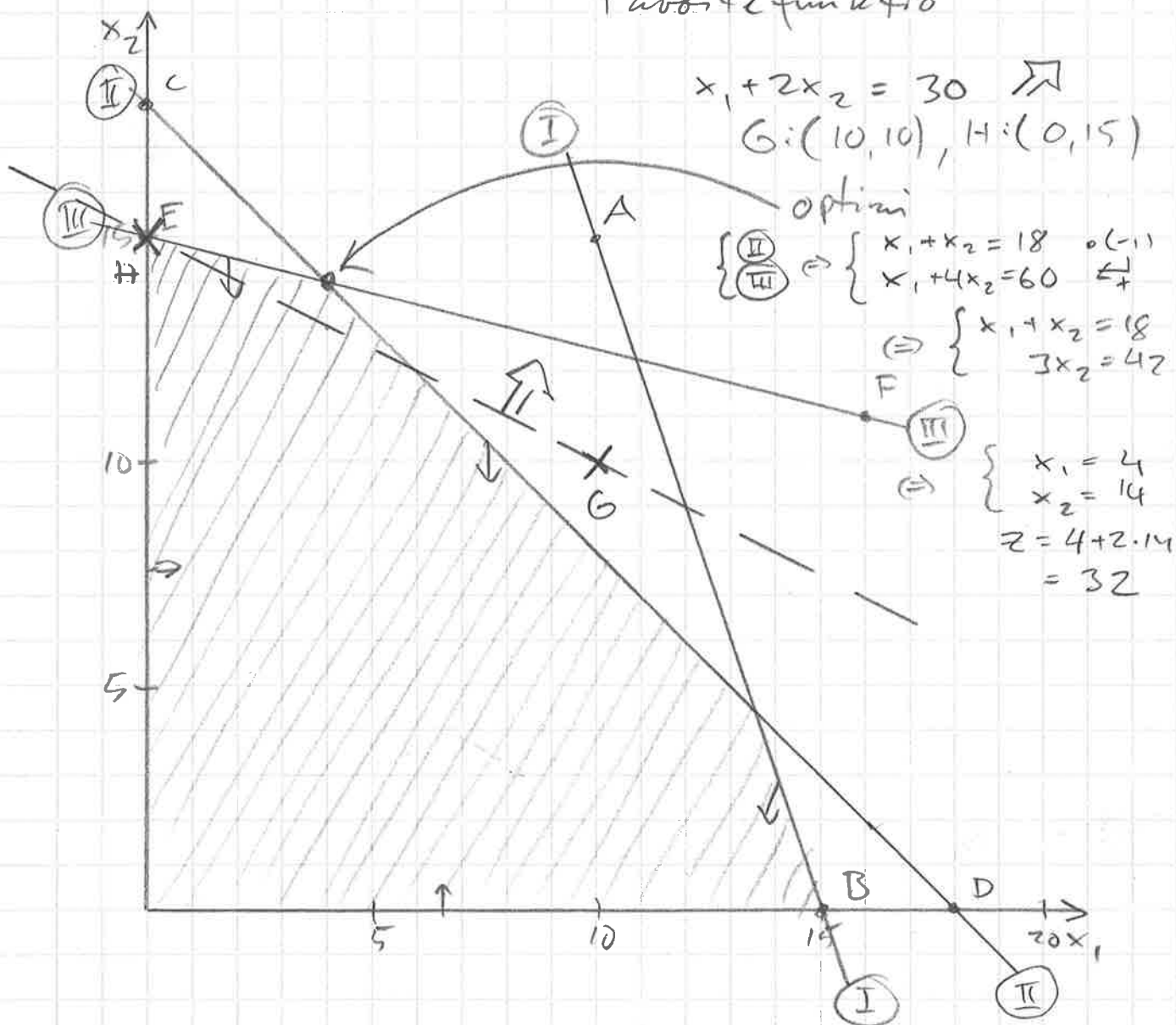
### 5. Ratkaise graafisesti seuraava lp-malli

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 + 2x_2 \\ \text{ehdoin} \quad 3x_1 + x_2 &\leq 45 \\ x_1 + x_2 &\leq 18 \\ x_1 + 4x_2 &\leq 60 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Rajoitukset

(I)	$3x_1 + x_2 \leq 45$	↓	A: (10, 15), B: (15, 0)
(II)	$x_1 + x_2 \leq 18$	↓	C: (0, 18), D: (18, 0)
(III)	$x_1 + 4x_2 \leq 60$	↓	E: (0, 15), F: (16, 11)

Tavoitefunktio



Vastaus: optimissa  $x_1 = 4, x_2 = 14$  ja  $z = 32$

6. a) Piirrä seuraavan LP-mallin käypä alue ja b) ratkaise malli.

$$\begin{aligned} \min z = & x_1 - 5x_2 \\ \text{ehdoin} & 2x_1 + 3x_2 \leq 60 \\ & x_1 + x_2 \geq 14 \\ & x_1 - 2x_2 \leq 4 \\ & -x_1 + x_2 \leq 10 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Rajoittavat

I  $2x_1 + 3x_2 \leq 60$

II  $x_1 + x_2 \geq 14$

III  $x_1 - 2x_2 \leq 4$

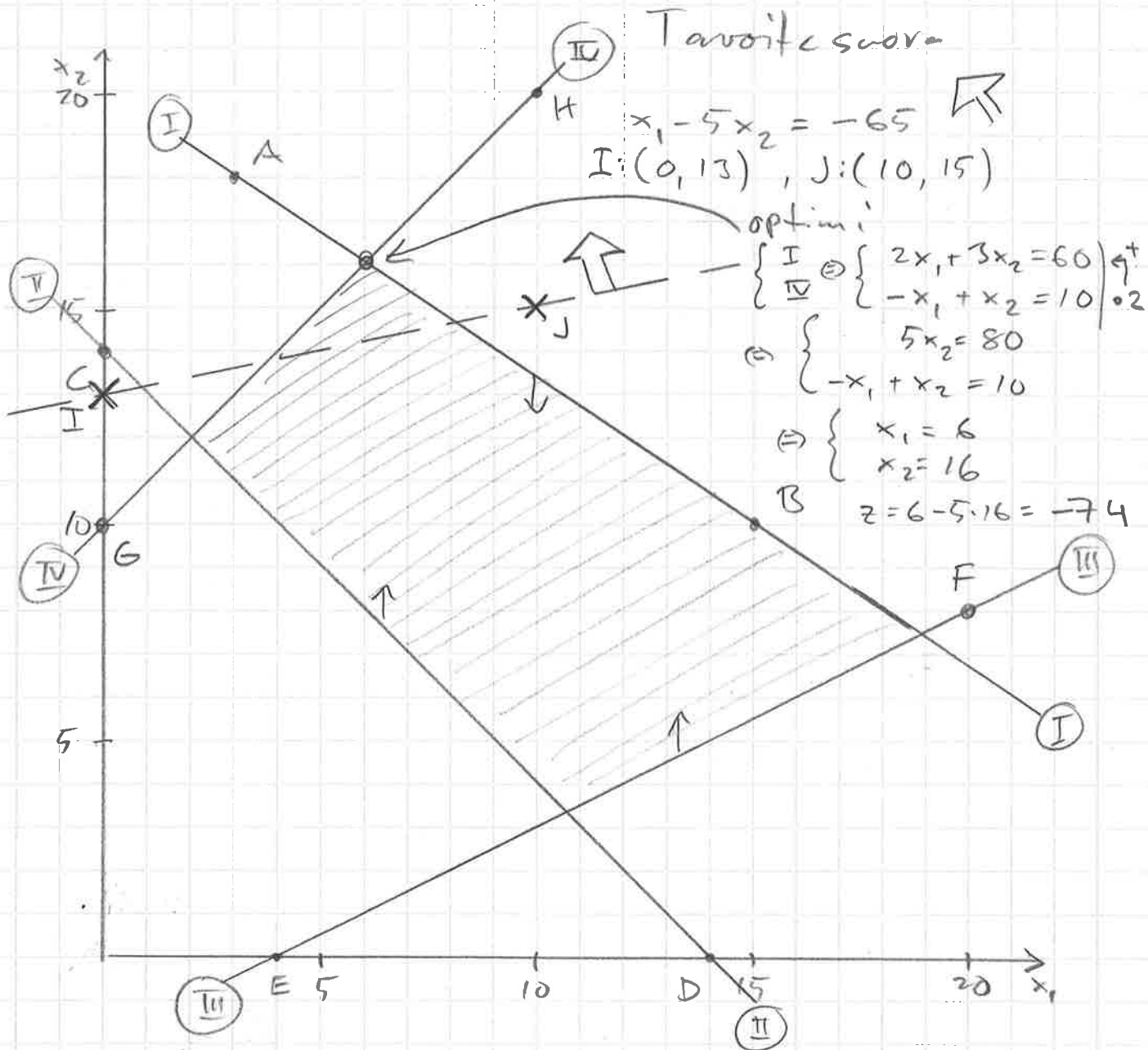
IV  $-x_1 + x_2 \leq 10$

↙ A: (3, 18) B: (15, 10)

↗ C: (0, 14) D: (14, 0)

↗ E: (4, 0) F: (20, 8)

↘ G: (0, 10) H: (10, 20)



Vastaus: optimi:ssa  $x_1 = 6, x_2 = 16, z = -74$

7. Oheisessa taulukossa on erään tuotteen hintaindeksejä. Laske hinnan keskimääräinen kasvuvauhti vuosina 2000-2005

vuosi	indeksi
1998	100
1999	104
2000	109
2001	112
2002	115
2003	118
2004	121
2005	124
2006	130

$$r_{gk} = \left( \frac{X_{2005}}{X_{2000}} \right)^{\frac{1}{5}} = \left( \frac{124}{109} \right)^{\frac{1}{5}} = 1,026122$$

°° 2,6% per vuosi