

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

9. harjoitus, viikko 11 (12.3.–16.3.2018)

R1	ma	12–14	F453	R5	ti	14–16	F453
R2	ma	14–16	F453	R6	to	12–14	F425
R3	ti	08–10	F425	R7	pe	08–10	F453
R4	ti	12–14	F453	R8	pe	10–12	F453

Olkoon

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Laske, jos lauseke on järkevä. (Huom kaikki lausekkeet eivät nyt ole hyvin määriteltyjä!)
a) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$, b) $\mathbf{A} + \mathbf{C}$, c) $\mathbf{B} + \mathbf{C}$. (Voit käyttää laskemiseen myös Exeliä. Kurssin verkkosivulla linkki Youtube-ohjeeseen.)

2. Laske, jos lauseke on järkevä. (Huom kaikki lausekkeet eivät nyt ole hyvin määriteltyjä!)
a) \mathbf{AB} , b) \mathbf{BA} , c) \mathbf{AC} , d) \mathbf{CA} , e) $\mathbf{C}^T \mathbf{A}$. (Voit käyttää laskemiseen myös Exeliä. Kurssin verkkosivulla linkki Youtube-ohjeeseen.)

3. Määritä rivioperaatioiden avulla käänteismatriisi matriisille

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

4. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x - y - 2z = 0 \\ x - z = 2 \\ 3y + 5z = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}$$

(Vihje: Voit soveltaa periaatetta $\mathbf{N}\vec{x} = \vec{b} \Leftrightarrow \vec{x} = \mathbf{N}^{-1}\vec{b}$. Huomaa, että kerroinmatriisin käänteismatriisi laskettiin edellisessä tehtävässä!)

5. Miten edellisen tehtävän yhtälöryhmän ratkaisu muuttuu, jos kolmannen yhtälön oikea puoli kasvaa yhdellä (arvosta 8 arvoon 9)?

6. Tarkastellaan yhtälöryhmää

$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ -x - y = -3 \\ 2x + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}}_{=\mathbf{M}} \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}}_{=\vec{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}}_{=\vec{b}} \Leftrightarrow \mathbf{M}\vec{x} = \vec{b}$$

Tarkista laskemalla, että yhtälöryhmän ratkaisu saadaan kaavalla

$$\vec{x} = (\mathbf{M}^T \mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}^T \vec{b}.$$

(Voit käyttää laskemiseen Exeliä.)

7. Miten edellisen tehtävän yhtälöryhmän ratkaisu muuttuu, jos toisen yhtälön oikea puoli kasvaa yhdellä (arvosta -3 arvoon -2)?