

Talousmatematiikan perusteet

7. harjoitus, viikko 10 (4.03.–8.03.2019)

L	Ma	10–12	A202	R05	Ti	14–16	F453
R01	Ma	12–14	F345	L	To	08–10	A202
R02	Ma	16–18	F453	R06	To	12–14	F141
R03	Ti	08–10	F453	R07	Pe	08–10	F453
R04	Ti	12–14	F453	R08	Pe	10–12	F453

1. Oheisessa taulukossa on erään tuotteen hintaindeksejä. Laske hinnan keskimääräinen kasvuvauhti vuosina 2000-2005

vuosi	indeksi
1998	100
1999	104
2000	109
2001	112
2002	115
2003	118
2004	121
2005	124
2006	130

2. Erään tuotekorin osalta tiedetään vuosien 2000 ja 2010 hinnat ja ostojen määrät. Perusjankohta on nyt 2000 ja vertailuajankohta 2010

tuote	2000		2010	
	p_0	q_0	p_t	q_t
1	15,00	100	10,00	300
2	8,00	200	15,00	100
3	30,00	20	20,00	150

- a) Laske Laspeyres'in ja Paashenin hinta-indeksit.
b) Kerro sanallisesti, miksi indeksit eroavat niin paljon.

3. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 3x + 5y = 13 \end{cases}$$

4. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ 4x + 5y - 3z = 3 \\ x + 2y - 2z = 2 \end{cases}$$

5. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 4x + 5y = 8 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

6. Etsi ainakin yksi ratkaisu yhtälöryhmälle

$$\begin{cases} x + 2y + z = -1 \\ 3x + 5y - 2z = 4 \end{cases}$$

7. a) Tarkista sijoittamalla, että funktio

$$y(x) = 10 - C \cdot e^{-2x}$$

on Differentiaali-yhtälön

$$y' = 0.2 \cdot (100 - 10y)$$

ratkaisu.

b) Mikä arvo tulee valita vakiolle C , jotta funktion alkuarvo on $y(0) = 3$?

Kaavoja:

$$\text{Laspeyres} \quad P_{t_0;t}^L = \frac{\sum_i P_{t;i} q_{t_0;i}}{\sum_i P_{t_0;i} q_{t_0;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0;t}^L = \frac{\sum_i q_{t;i} P_{t_0;i}}{\sum_i q_{t_0;i} P_{t_0;i}} \cdot 100$$

$$\text{Paaschen} \quad P_{t_0;t}^P = \frac{\sum_i P_{t;i} q_{t;i}}{\sum_i P_{t_0;i} q_{t_0;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0;t}^P = \frac{\sum_i q_{t;i} P_{t;i}}{\sum_i q_{t_0;i} P_{t_0;i}} \cdot 100$$

$$\text{Fisher} \quad P_{t_0;t}^F = \sqrt{P_{t_0;t}^L \cdot P_{t_0;t}^P}, \quad Q_{t_0;t}^F = \sqrt{Q_{t_0;t}^L \cdot Q_{t_0;t}^P}$$

yksinkertainen korkolasku: $K_t = (1 + it)K_0 = (1 + \frac{P}{100}t)K_0$, kun $0 < t < 1$

koronkorkolasku: $K_t = (1 + i)^t K_0$, kun $t = 1, 2, 3, \dots$

jatkuva korkolasku: $K_t = (1 + i)^t K_0 = e^{\rho t} K_0$, kun $t > 1$ ja $(1 + i) = e^{\rho}$

Jaksolliset suoritukset prolongointitekijä, diskonttaustekijä, kuoletuskerroin

$$s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}, \quad a_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}, \quad c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

Pääoman tuottoaste

$$ROI_{II} = \frac{k}{H} \cdot 100\%, \quad ROI_I = \frac{k}{H/2} \cdot 100\%, \quad ROI_I^* = \frac{(k_{kk} - H/n) \cdot 12}{H/2} \cdot 100\%$$

Takaisinmaksuaika

$$n^* = \frac{\ln(k/(k - iB))}{\ln(1 + i)}$$