

Talousmatematiikan perusteet

8. harjoitus, viikko 11 (11.03.–15.03.2019)

L	Ma	10–12	A202	R05	Ti	14–16	F453
R01	Ma	12–14	F453	L	To	08–10	A202
R02	Ma	16–18	F453	R06	To	12–14	F140
R03	Ti	08–10	F425	R07	Pe	08–10	F453
R04	Ti	12–14	F453	R08	pe	10–12	F453

1. Yritys valmistaa muoviraaka-aineesta kahta tuotetta A ja B. Tuotteen A valmistaminen vie aikaa 15min ja raaka-ainetta 8kg. Tuotteen B valmistaminen vie aikaa 6min ja raaka-ainetta 5kg. Raaka-ainetta on olemassa 3000 kg/viikko ja laitteisto, jolla tuotteita valmistetaan on käytössä 40 tuntia viikossa. Yhden A-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 7 euroa ja yhden B-tuotteen valmistaminen tuottaa myyntivoittoa 5 euroa. Mahdollisesti käyttämättä jäänyt muoviraaka-aine voidaan myydä hintaan 120 euroa/tonni. Määrittele päätösmuuttujat ja muodosta lp-malli myyntivoiton maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia.)

2. Ratkaise graafisesti seuraava lp-malli

$$\begin{aligned} \max z = & x_1 + 2x_2 \\ \text{ehdoin} & 3x_1 + x_2 \leq 45 \\ & x_1 + x_2 \leq 18 \\ & x_1 + 4x_2 \leq 60 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

3. a) Piirrä seuraavan LP-mallin käypä alue ja b) ratkaise malli.

$$\begin{aligned} \min z = & x_1 - 5x_2 \\ \text{ehdoin} & 2x_1 + 3x_2 \leq 60 \\ & x_1 + x_2 \geq 16 \\ & x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ & -2x_1 + x_2 \leq 10 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

4. a) Pienyritys valmistaa kahta tuotetta 1 ja 2, ja myy kaiken valmistamansa. Kumpaakin tuotetta käsitellään neljällä osastolla seuraavan taulukon mukaisesti.

tuote	tuotantoaika (tuntia)			
	os. A	os. B	os. C	os D
1	4	2	6	1
2	4	3	1	2

Kullakin osastolla käytettävissä oleva työvoima on rajallinen siten, että työtunteja on osastoilla viikossa käytettävissä seuraavasti

osasto	työtunteja viikossa
A	120
B	220
C	300
D	80

Kate (myyntitulo - valmistuskustannukset) yhdeltä ”1”-tuotteelta on 300€ ja kate yhdeltä ”2”-tuotteelta 500€.

Muodosta LP-malli yrityksen kokonaiskatteen maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia.)

b) Tehtävän yrityksen työaika-resurssi on 720 tuntia/viikossa eli 18 työntekijää.

Pohdi seuraavaa kysymystä: Jos yritykselle tarjoutuu mahdollisuus palkata kaksi uutta työntekijää, niin miten tämä uusi resurssi allokoidaan (sijoitetaan) eri osastoille?

5. Miten tehtävän 2 ratkaisu muuttuu, jos ensimmäisen rajoitteen resurssia kasvatetaan kolmella. Uusi LP-malli:

$$\begin{aligned}
 \max z = & x_1 + 2x_2 \\
 \text{ehdoin} & 3x_1 + x_2 \leq 45 + 3 \\
 & x_1 + x_2 \leq 18 \\
 & x_1 + 4x_2 \leq 60 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

6. Miten tehtävän 2 ratkaisu muuttuu, jos toisen rajoitteen resurssia kasvatetaan kolmella. Uusi LP-malli:

$$\begin{aligned}
 \max z = & x_1 + 2x_2 \\
 \text{ehdoin} & 3x_1 + x_2 \leq 45 \\
 & x_1 + x_2 \leq 18 + 3 \\
 & x_1 + 4x_2 \leq 60 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$

7. a) Miten paljon tulee x_1 :n kertoimen c_1 kasvaa tehtävän 2 LP-mallin tavoitefunktiossa, jotta päätösmuuttujien optimiarvot muuttuvat. Miten optimi muuttuu?

b) Miten paljon tulee x_1 :n kertoimen c_1 pienentyä tehtävän 2 LP-mallin tavoitefunktiossa, jotta päätösmuuttujien optimiarvot muuttuvat. Miten optimi muuttuu?

Lähtötilanne ($c_1 = 1$):

$$\begin{aligned}
 \max z = & c_1 x_1 + 2x_2 \\
 \text{ehdoin} & 3x_1 + x_2 \leq 45 \\
 & x_1 + x_2 \leq 18 \\
 & x_1 + 4x_2 \leq 60 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{aligned}$$