

Talousmatematiikan perusteet

9. harjoitus, viikko 12 (18.03.–22.03.2019)

L	Ma	10–12	A202	R05	Ti	14–16	F453
R01	Ma	12–14	F453	L	To	08–10	A202
R02	Ma	16–18	F453	R06	Pe	12–14	F140
R03	Ti	08–10	F425	R07	Pe	08–10	F453
R04	Ti	12–14	F453	R08	Pe	10–12	F453

Olkoon

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Laske, jos lauseke on järkevä. (Huom kaikki lausekkeet eivät nyt ole hyvin määriteltyjä!)

a) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$, b) $\mathbf{A} + \mathbf{C}$, c) $\mathbf{B} + \mathbf{C}$

2. Laske, jos lauseke on järkevä. (Huom kaikki lausekkeet eivät nyt ole hyvin määriteltyjä!)

a) \mathbf{AB} , b) \mathbf{BA} , c) \mathbf{AC} , d) \mathbf{CA} , e) $\mathbf{C}^T \mathbf{A}$

3. Tuotteiden A, B ja C sisäänostohinnat ovat

tuote	A	B	C
hinta	2.50	0.50	1.00

Sijoitetaan vastaavat luvut matriisiin (hintavektori)

$$\mathbf{p} = (2.5 \quad 0.5 \quad 1.0).$$

Yritykse kolme osastoa: myyntiosasto (M-os), valmistusosasto (V-os), suunnitteluosasto (S-os) ja Helsingin toimisto (H-to) ostavat tammikuussa tuotteita A, B ja C seuraavan taulukon mukaiset määrät

tuote	A	B	C
M-os	20	30	0
V-os	10	50	20
S-os	0	10	40
H-to	30	10	10

Sijoitetaan nämäkin luvut matriisiin (ostomatriisi)

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 0 \\ 10 & 50 & 20 \\ 0 & 10 & 40 \\ 30 & 10 & 10 \end{pmatrix}.$$

a) Laske matriisilauseke \mathbf{pD}^T . (Mitä edellä saadun vektorin koordinaatit merkitsevät?)

b) Onko lauseke \mathbf{pD} järkevä (mikä sen arvo on)?

- c) Onko lauseke $D\mathbf{p}^T$ järkevä (mikä sen arvo on)?
d) Onko lauseke $D\mathbf{p}$ järkevä (mikä sen arvo on)?

4. Määritä käänteismatriisi matriisille

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Määritä rivioperaatioiden avulla käänteismatriisi matriisille

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

6. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x - y - 2z = 0 \\ x - z = 4 \\ 2x + 3y + 3z = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

(Vihje: Voit soveltaa periaatetta $\mathbf{N}\vec{x} = \vec{b} \Leftrightarrow \vec{x} = \mathbf{N}^{-1}\vec{b}$. Huomaa, että kerroinmatriisin käänteismatriisi laskettiin edellisessä tehtävässä!)

7. Miten edellisen tehtävän yhtälöryhmän ratkaisu muuttuu, jos kolmannen yhtälön oikea puoli kasvaa yhdellä (arvosta 8 arvoon 9)?