

# Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

## 5. harjoitus, (to 15.8.2013)

1. Laske annuiteettilainan tasaerä (kuukausierä), kun lainan määrä on 4000€, todellinen vuosikorko on 6.15% ja laina-aika on 20 kuukautta.

$$k = \frac{[1,0615^{1/12} - 1] \cdot 1,0615^{20/12}}{(1,0615^{20/12} - 1)} \cdot 4000 \text{€} = \underline{\underline{210,64 \text{€}}}$$

$$k = c_{n,i} K_0, \quad c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

( tark.  $20 \cdot 210,64 \text{€} = 4212,8 \text{€}$  )  
ok

(  $1+i = 1,0615^{1/12} \rightarrow i = 1,0615^{1/12} - 1$  )  
(  $(1+i)^{20} = 1,0615^{20/12}$  )

2. Laske osamaksuerä, kun käteishinta on 25 000€, käsiraha on 5000€, osamaksulisä on 800€. Osamaksuerät maksetaan kuukausittain. Maksuaika on 15 kuukautta ja todellinen vuosikorko on 4.25%.

$$H = 25000 \text{€}$$

$$h = 5000 \text{€}$$

$$m = 800 \text{€}$$

$$n = 15$$

$$1+i = 1,0425^{1/12}$$

$$k = \left( \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right) \cdot (H - h + m)$$

$$= \frac{(1,0425^{1/12} - 1) \cdot 1,0425^{15/12}}{(1,0425^{15/12} - 1)} \cdot (25000 \text{€} - 5000 \text{€} + 800 \text{€})$$

$$= 1425,52 \text{€}$$

( Tark.  $15 \cdot 1425,52 \text{€} = 21382,8 \text{€}$  )  
(  $H - h + m = 20800 \text{€}$  ) ok

$$k = c_{n,i}(H - h + m)$$

H = käteishinta  
h = käsiraha  
m = osamaksulisä

3. Laske käteishinta, kun käsiraha on 5000€, osamaksulisä on 4.00% osamaksuvelasta. Osamaksuerä on 2050€, erät maksetaan kuukausittain, maksuaika on 15 kuukautta ja todellinen vuosikorko on 6.25%.

$$H = x$$

$$h = 5000 \text{ €}$$

$$m = 0,04(H - h) = 0,04 \cdot x - 200 \text{ €}$$

$$c = \frac{(1,0625^{1/12} - 1) \cdot 1,0625^{15/12}}{(1,0625^{15/12} - 1)}$$

$$k = 2050 \text{ €}$$

$$k = c(H - h + m) \quad | : c$$



$$\frac{k}{c} = x - 5000 \text{ €} + 0,04x - 200 \text{ €}$$



$$\frac{k}{c} = 1,04x - 5200 \text{ €}$$

$$\frac{k}{c} + 5200 \text{ €} = 1,04x \quad | : 1,04$$

$$\frac{k}{1,04 \cdot c} + \frac{5200 \text{ €}}{1,04} = x$$

$$x = 5000 \text{ €} + \frac{2050 \text{ €}}{1,04} \cdot \frac{(1,0625^{15/12} - 1)}{(1,0625^{1/12} - 1) \cdot 1,0625^{15/12}}$$

$$= 33402,87 \approx \underline{\underline{33400 \text{ €}}}$$

$$\text{Taxh. } 15 \cdot 2050 \text{ €} = 30750 \text{ €}$$

$$H - h + m = 33400 \text{ €} - 5000 \text{ €} + 0,04 \cdot (33400 - 5000) \text{ €}$$

$$= 29536 \text{ €} \quad \text{OK}$$

4. Yrittäjä rakentaa uutta tuotantolinjaa, jonka loppuun tulee pakkauslaite. Saatujen tarjousten perusteella on olemassa kolme mahdollista pakkauslaitetta. Mikä laitteista on mielestäsi edullisin, kun tuotantolinja on toiminnassa toistaiseksi (ainakin 30 vuotta) ja laskentakorko on 5.20% (todellinen vuosikorko).

laite	hankintahinta (€)	käyttökustannus (€/kk)	käyttöikä (vuotta)
A-pak	7 000	80	3
Narux	5 000	70	2
Hippo	3 000	200	3

Kustannus/kk = ostohinta paksoitettuna käyttöajalle + käyttökorot/kk

$$C_{2v} = \frac{(1,052^{1/2} - 1) 1,052^2}{(1,052^2 - 1)} = 0,043907241 \frac{1}{kk}$$

$$C_{3v} = \frac{(1,052^{1/2} - 1) 1,052^3}{(1,052^3 - 1)} = 0,030006843 \frac{1}{kk}$$

Kustannus/kk

A-pak

$$C_{3v} \cdot 7000 \text{€} + 80 \text{€/kk} = 290,05 \text{€/kk}$$

Narux

$$C_{2v} \cdot 5000 \text{€} + 70 \text{€/kk} = 289,54 \text{€/kk} \quad \leftarrow$$

Hippo

$$C_{3v} \cdot 3000 \text{€} + 200 \text{€/kk} = 290,02 \text{€/kk}$$

Edullisin on Narux

(erot ovat pieniä!)

5. Verrataan kahta projektia. Projektin A perusinvestointi on 2000€ ja se tuottaa kahden vuoden ajan 100€/kk. Projektin B perusinvestointi on 20 000€ ja se tuottaa kymmenen vuoden ajan 200€/kk. Laske projektien nettonykyarvot, kun laskentakorko on 6,5% (todellinen vuosikorko). Ovatko projektit kannattavia?

Jakso on kuukausi

$$NPV_A = -2000€ + \sum_{j=1}^{24} \frac{100€}{(1,065)^{j/12}}$$

$$= -2000€ + \frac{100€}{1,065^{1/12}} \cdot \left( \frac{1 - \left(\frac{1}{1,065^{1/12}}\right)^{24}}{1 - \frac{1}{1,065^{1/12}}} \right)$$

$$= -2000€ + \frac{100€}{(1,065^{1/12} - 1)} \left( 1 - \frac{1}{1,065^{24/12}} \right)$$

$$= 249,10€ (> 0!)$$

$$NPV_B = -20000€ + \frac{200€}{(1,065^{1/12} - 1)} \left( 1 - \frac{1}{1,065^{120/12}} \right)$$

$$= -2238,65€ (< 0!)$$

V: A on kannattava, B ei ole kannattava

6. Suhteellinen nykyarvo määritellään kaavalla:

$$\text{suhteellinen nykyarvo} = SNA = \frac{\text{tulovirrannykyarvo}}{\text{kustannusvirrannykyarvo}}$$

Laske edellisen tehtävän projekteille suhteelliset nettonykyarvot. Kumpi projekteista on kannattavampi?

$$SNA_A = \frac{NA_{\text{tulo}}}{NA_{\text{meno}}} = \frac{2249,10€}{2000€} = 1,12 (> 1!)$$

$$SNA_B = \frac{NA_{\text{tulo}}}{NA_{\text{meno}}} = \frac{17761,35€}{20000€} = 0,89 (< 1!)$$

7. Arvioi edellisen tehtävän projektien sisäisiä korkokantoja. Kumpi projekteista on kannattavampi?

$$\text{Excel } IRR_A = 19,7\%$$

$$IRR_B = 3,8\%$$

Käytetään lineaarista interpolointia

(A)

$$NPV(i=0,065) = 249,10 \text{ €} \quad (\text{tulotavassa 5 lasketta})$$

$$NPV(i=0,10) = -2000 \text{ €} + \frac{100 \text{ €}}{(1,10^{11/2} - 1)} \left( 1 - \frac{1}{1,10^{24/12}} \right)$$
$$= 176,46 \text{ €}$$

$$NPV(i=0,20) = -2000 \text{ €} + \frac{100 \text{ €}}{(1,20^{11/2} - 1)} \left( 1 - \frac{1}{1,20^{24/12}} \right)$$
$$= -4,14 \text{ €}$$

$$i_1 = 0,10 \quad NPV_1 = NPV(i_1) = 176,46$$

$$i_2 = 0,20 \quad NPV_2 = NPV(i_2) = -4,14$$

$$\widehat{NPV} = NPV_1 + \frac{NPV_2 - NPV_1}{i_2 - i_1} (i - i_1)$$

$$\begin{cases} i = i_{sis} \\ \widehat{NPV} = 0 \end{cases}$$

$$0 = 176,46 + \frac{-4,14 - 176,46}{0,20 - 0,10} (i_{sis} - 0,10)$$

$$176,46 = 1806 i_{sis} - 180,6$$

$$i_{sis} = \frac{176,46 + 180,6}{1806} = 0,198$$

→ sis korkokanta on 19,8 %

(B)

$$NPV(i=0,065) = -2238,65 \text{ €}$$

$$NPV(i=0,04) = -20000 \text{ €} + \frac{200 \text{ €}}{(1,04^{11/2} - 1)} \left( 1 - \frac{1}{1,04^{20/12}} \right)$$
$$= -179,50 \text{ €}$$

$$NPV(i=0,03) = -20000 \text{ €} + \frac{200 \text{ €}}{(1,03^{11/2} - 1)} \left( 1 - \frac{1}{1,03^{20/12}} \right)$$
$$= 752,48 \text{ €}$$

→  $i_{sis} \approx 0,038$  → sis. korkokanta = 3,8 %