

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

### 2. harjoitus, (ma 14.1.2013)

1. Yritys valmistaa kappaletavaraa  $q$  kappaletta viikossa. Yhden kappaleen materiaali- ja palkkakustannus on 7 €, joten tuotannon määrästä riippuvat muuttuvat kustannukset ovat  $VC = 7q$  (€ viikossa). Yrityksen kiinteät kustannukset ovat  $FC = 11250$  (€ viikossa). Lisäksi ahtaiden tuotantotilojen ja varastointiongelmien takia joudutaan turvautumaan ylityöhön, josta aiheutuu kustannuserä  $LC = 0.005q^2$  (€ viikossa). Kokonaiskustannus viikossa on siis  $TC(q) = FC + VC + LC = 11250 + 7q + 0.005q^2$ . Tuotteen myyntihinta on 30€, joten tuottofunktio on  $TR = 30q$  (€ viikossa) ja voittofunktio on  $P(q) = TR - TC = 23q - 0.005q^2 - 11250$  (€ viikossa). Piirrä voittofunktion  $P(q)$  ja yksikkökustannusfunktion  $AC(q) = TC(q)/q$  kuvaajat kun  $0 < q < 3000$ . Mikä on  $AC(q)$ :n yksikkö? Mikä on mielestäsi järkevä tuotannon määrä?

(Ohje: yksiköt  $[q] = \frac{\text{kpl}}{\text{vko}}$ ,  $[P] = \frac{\text{€}}{\text{vko}}$ ,  $[AC] = \frac{\text{€}}{\text{kpl}}$ )

2. Laske tehtävässä 1 esiintyneen voittofunktion derivaatta, eli

$$P'(q) = \frac{dP}{dq}.$$

Millä  $q$ :n arvolla  $P'(q) = 0$ ? Tarkista tehtävän 1 kuvan avulla nollakohdan paikka. Millä  $q$ :n arvoilla  $P'(q) \geq 0$ ? Tarkista tämäkin tehtävän 1 kuvan avulla.

3. Laske derivaatat

$$\begin{aligned} a) & \quad f'(3), \quad \text{kun } f(x) = x^2 - 4x, \\ b) & \quad g'(x), \quad \text{kun } g(x) = 7x^2 + 5x - 3, \\ c) & \quad h'(x), \quad \text{kun } h(x) = 3x \cdot (x^2 - 5) \end{aligned}$$

4. Yrityksen erään tuotelinjan kysyntäfunktio on  $p = 20 - 0.030q$  ja vastaava kustannusfunktio on  $C(q) = 0.02q^2 + 5q + 150$ . Millä tuotannon määrällä voitto on suurin mahdollinen. Mikä on maksimivoitto?

5. Tehdas valmistaa viikossa tuotetta määrän  $q$  ja myy sen hintaan  $p$  (euroa/tuote). On arvioitu, että hintaan 4.00 €/tuote saadaan myytyä 100 tuotetta viikossa ja hintaan 3.00 €/tuote saadaan myytyä 200 tuotetta viikossa. Käytetään seuraavassa laskelmassa lineaarista kysyntäfunktiota  $p(q) = 5 - 0.01q$ . Tuotteen valmistaminen aiheuttaa kustannuksia 1,5 €/tuote ja valmistusmäärästä riippumaton kiinteä kustannus on 230 €/viikko. Millä valmistusmäärällä yritys saa suurimman voiton?

(voitto = myyntitulo - kustannukset)

6. Tarkastellaan uudelleen tehtävän 5 ongelmaa. Nyt kuitenkin yrityksen tuotantokapasiteetti on 150 tuotetta/viikko. Yritys voi ylittää kapasiteettinsa, jos se teettää kapasiteetin ylittävän osan tuotteista ylityönä. Ylityönä tehdyn tuotteen valmistuskustannus on 1,6 €/tuote. Jos ylityötä tehdään on kiinteä kustannus 250 euroa/viikko. Millä valmistusmäärällä yritys nyt saa suurimman voiton (voitto = myyntitulo - kustannukset)?

7. Erään tuotteen kysynnän hintajousto on  $-2.1$ . Tuotteen hinta on nyt  $20.50 \text{ €/kpl}$  ja sen kysyntä on  $150 \text{ kpl/kk}$ .

- Miten muuttuu tuotteen kysyntä, jos tuotteen yksikköhintaa alennetaan eurolla?
- Miten muuttuu myyntitulo  $R = pq$ , kun yksikköhintaa alennetaan eurolla?
- Kannattaako edellä kuvattu hinnan alentaminen eurolla, jos tuotteen valmistuskustannus on  $C(q) = 300 + 12,00 \cdot q + 0.01 \cdot q^2$
- Voiko saman asian todeta rajatuoton ja rajakustannusten avulla?

8. Olkoon kysyntäfunktio  $p = 20 - 0.2q$

- Mikä on kysynnän hintajousto, kun  $q = 20$ ?
- Mikä on kysynnän hintajousto, kun  $q = 80$ ?

Kaavoja:

**Kysynnän hintajousto:**

$$\frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \eta$$

**Rajatuotto ja kysynnän hintajousto:**

$$MR = p \left( 1 + \frac{1}{\eta} \right)$$