

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

### 6. harjoitus, (ti 29.1.2013)

#### 1. Laske integraalit

$$\text{a) } \int (3x^2 - x)dx \quad \text{b) } \int_1^4 (2x + 1)dx$$

2. Yritys A valmistaa sairaalatarvikkeita. Yritys laskee saavansa toiminnasta nettotulovirran 10 000€/kuukausi.

Yritys B arvioi pystyvänsä parempien asiakaskontaktiensa avulla parempaan tulokseen siten, että samalla tuotantokoneistolla se saisi vakiotulovirran 15 000 euroa kuukaudessa. Alussa yritys B joutuisi tekemään 20 000€alkuinvestoinnit markkinointiin. Onko ajateltavissa, että yritys A myisi tuotantokoneistonsa yritykselle B ja missä rajoissa myyntihinnan pitäisi olla, kun yrityksen käyttävät laskelmissaan korkointensiteettejä  $\rho_A = 0.12$  ja  $\rho_B = 0.14$ ?

3. Erään tuotekorin osalta tiedetään vuosien 2000 ja 2010 hinnat ja ostojen määrät. Perusajankohta on nyt 2000 ja vertailuajankohta 2010

tuote	2000			2010		
	$p_0$	$q_0$	$a_0$	$p_t$	$q_t$	$a_t$
1	15,00	100		10,00	300	
2	8,00	500		15,00	100	
3	30,00	20		20,00	200	

- a) Laske Laspeyres'in ja Paashenin hinta-indeksit.  
b) Kerro sanallisesti, miksi indeksit eroavat niin paljon.

#### 4. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 3x + 5y = 13 \end{cases}$$

#### 5. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ 4x + 5y - 3z = 3 \\ x + 2y - 2z = 2 \end{cases}$$

#### 6. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 4x + 5y = 8 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$$

#### 7. Etsi ainakin yksi ratkaisu yhtälöryhmälle

$$\begin{cases} x + 2y + z = -1 \\ 3x + 5y - 2z = 4 \end{cases}$$

Olkoon

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Laske, jos lauseke on järkevä. (Huom kaikki lausekkeet eivät nyt ole hyvin määriteltyjä!)

a)  $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ , b)  $\mathbf{A} + \mathbf{C}$ , c)  $\mathbf{B} + \mathbf{C}$

9. Laske, jos lauseke on järkevä. (Huom kaikki lausekkeet eivät nyt ole hyvin määriteltyjä!)

a)  $\mathbf{AB}$ , b)  $\mathbf{BA}$ , c)  $\mathbf{AC}$ , d)  $\mathbf{CA}$ , e)  $\mathbf{C}^T \mathbf{A}$

10. Tuotteiden A, B ja C sisäänostohinnat ovat

tuote	A	B	C
hinta	2.50	0.50	1.00

Sijoitetaan vastaavat luvut matriisiin (hintavektori)

$$\mathbf{p} = ( 2.5 \quad 0.5 \quad 1.0 ).$$

Yritykse kolme osastoa: myyntiosasto (M-os), valmistusosasto (V-os), suunnitteluosasto (S-os) ja Helsingin toimisto (H-to) ostavat tammikuussa tuotteita A, B ja C seuraavan taulukon mukaiset määrät

tuote	A	B	C
M-os	20	30	0
V-os	10	50	20
S-os	0	10	40
H-to	30	10	10

Sijoitetaan nämäkin luvut matriisiin (ostomatriisi)

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 20 & 30 & 0 \\ 10 & 50 & 20 \\ 0 & 10 & 40 \\ 30 & 10 & 10 \end{pmatrix}.$$

a) Laske matriisilauseke  $\mathbf{pD}^T$ . (Mitä edellä saadun vektorin koordinaatit merkitsevät?)

b) Onko lauseke  $\mathbf{pD}$  järkevä (mikä sen arvo on)?

c) Onko lauseke  $\mathbf{Dp}^T$  järkevä (mikä sen arvo on)?

d) Onko lauseke  $\mathbf{Dp}$  järkevä (mikä sen arvo on)?

### Indeksikaavoja

$$\text{Laspeyres} \quad P_{t_0:t}^L = \frac{\sum_i P_{t;i} q_{t_0;i}}{\sum_i P_{t_0;i} q_{t_0;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0:t}^L = \frac{\sum_i q_{t;i} P_{t_0;i}}{\sum_i q_{t_0;i} P_{t_0;i}} \cdot 100$$

$$\text{Paaschen} \quad P_{t_0:t}^P = \frac{\sum_i P_{t;i} q_{t;i}}{\sum_i P_{t_0;i} q_{t;i}} \cdot 100, \quad Q_{t_0:t}^P = \frac{\sum_i q_{t;i} P_{t;i}}{\sum_i q_{t_0;i} P_{t;i}} \cdot 100$$