

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

### 5. harjoitus, viikko 6 (6.-7.2.07)

R1	ti	12-14	D115	R3	ke	12-14	D115
R2	ti	14-16	D115	R4	ke	14-16	D115

1. Kirjoita seuraavien summien kaikki termit ja laske summa. Jos kyseessä on aritmeettinen tai geometrinen sarja, niin laske summa vastaavalla kaavalla.

$$S_1 = \sum_{k=0}^5 (2k + 1), \quad S_2 = \sum_{k=1}^{100} \frac{100}{1.02^k}, \quad S_3 = \sum_{k=3}^8 (2^k + 1)$$

2. Yritys valmistaa tuotteita ja myy ne kappalehintaan 25 euroa. Rajakustannus on 6 euroa/tuote ja kysynnän hintajousto on  $\eta = -1.2$ . Kannattaako yrityksen laajentaa vai supistaa tuotantoaan? (Ohje: Rajakustannus voidaan laskea kaavasta  $MR = p(1 + \frac{1}{\eta})$ . Kaavaa ei ole käsitelty vielä luennolla, mutta sen perustelu löytyy oppimateriaalista. Muista: jos  $MR > MC$ , niin kannattaa laajentaa.)

3. Miten paljon vähenee tuotteen kysyntä viikossa, jos kysyntä on nyt 2300 tuotetta viikossa, hintaa nostetaan 12.50 eurosta 15.00 euroon ja kysynnän hintajousto on -1.5?

4. Yritys tuo tarvitsemansa raaka-aineen laivakuljetuksina välivarastoon. Laskentaosasto on selvittänyt, että jos yritys vuodessa käyttää raaka-ainetta  $r$  tonnia, niin raaka-aine kannattaa tuoda  $b = 1.25 \cdot r^{0.5}$  tonnin kuljetuserissä. Laske  $b$ :n jousto  $r$ :n suhteen.

$$\text{jousto} = \frac{db}{dr} \cdot \frac{r}{b}$$

5. Yrittäjä tutkii kirjanpitoaan ja päätyy seuraavaan arvioon: "Kun tuotannon määrä oli  $q = 10$  tuotetta viikossa, rajatuotto oli  $MR = 60$ . Kun tuotannon määrä oli  $q = 11$  tuotetta viikossa, rajatuotto oli  $MR = 56$ ." Millaista lineaarista kysyntäfunktiota yrittäjän tulee käyttää voiton maksimoinnissa.

(Ohje:  $MR = a - bq$  kertoimet selviää yhtälöistä  $a - b \cdot 10 = 60$  ja  $a - b \cdot 11 = 56$ , lausekkeesta  $MR(q) = a - bq$  voi päätellä  $R(q)$ :n (huomaa  $R(0) = 0$  eli vakiotermin on nolla),  $p = R(q)$ )

6. Yritys suunnittelee vanhan tuotantolinjan korvaavaa uutta tuotantolinjaa. On mitoitettava tuotannon volyyymi  $q$  (tuotetta/kuukausi). Tuotteen markkinat tunnetaan hyvin ja sen kysyntäfunktioksi arvioidaan seuraavaa:  $p = 2500 - 5q$ . Muuttuvat yksikkökustannukset (raaka-aineet ja palkat) ovat  $AVC(q) = 400 + 4q$ . Kiinteät kustannukset eivät ole vielä tiedossa, sillä ne riippuvat tuotantotilojen laajentamiseen liittyvästä vuokrasopimuksesta, jonka neuvottelu on vielä kesken. Joka tapauksessa arvellaan, että  $5000 < FC < 10000$ .

- a) Millä tuotantomäärällä  $P'(q) = 0$ , eli voitto on mahdollisimman suuri?  
 b) Miten suuri maksimaalinen voitto vähintään on?

7. Maanantaipalaverissa lasketaan tuotantoennusteita ja kustannusarvoja. Työkaverisi kirjoittaa fläppitaululle kaavan

$$C' = VC'$$

Syntyy kiusallinen hiljaisuus, koska kaikki eivät nyt ymmärrä mitä kaava sanoo. Kaava on oikein! Esitä lyhyt perustelu, miksi työkaverisi esittämä kaava on tosi.

8. Myynnin rahallinen arvo on  $p \cdot q$ . Voitto on 20% myynnistä. Kiinteät kustannukset ovat 42% kokonaiskustannuksista. Miten paljon muuttuu voitto, jos muuttuvat kustannukset kasvavat 3.2%:lla ja myynti 5%:lla? Kiinteät kustannukset eivät muuttuneet.

### Tehtävissä esiintyneet funktiot:

$R(q)$ = tuotto (revenue)	$R(q) = pq$
$MR(q)$ = rajatuotto (marginal revenue)	$MR(q) = R'(q)$
$C(q)$ = kustannukset (cost)	
$MC(q)$ = rajakustannukset (marginal cost)	$MC(q) = C'(q)$
$P(q)$ = Voitto (profit)	$P(q) = R(q) - C(q)$
$FC(q)$ = kiinteät kustannukset (fixed cost)	
$VC(q)$ = muuttuvat kustannukset (variable cost)	$C = VC + FC$
$AC(q)$ = yksikkökustannukset (average cost)	$AC = C/q$
$AVC(q)$ = muuttuvat yksikkökustannukset	$AVC = VC/q$
$AFC(q)$ = kiinteät yksikkökustannukset	$AFC = FC/q$