

Talousmatematiikan perusteet, orms.1030

Harjoitustehtäviä 1. välikokeen alueesta 19.2.2007

1. Määritä funktion $f(x) = (x^2 - x - 2)(x - 2)$ derivaatan suurin arvo välillä $0 \leq x \leq 2$. Määritä myös funktion ja sen derivaatan kaikki nollakohdat (myös edellä mainitun välin ulkopuolella olevat).

2. a) Selitä lyhyesti mitä tarkoittaa y :n jousto x :n suhteen.

b) Tuotteen kysynnän hintajousto on -2.5 . Tuotteen hinta on nyt 25.00 € ja kysyntä $150\,000$ tuotetta vuodessa. Miten tuotteen kysyntä muuttuu, kun hinta lasketaan 24.00 euroon?

3. Yritys valmistaa q tuotetta viikossa. Kysyntäfunktio on $p = 100 - 0.15q$ ja vastaava kustannusfunktio on $C(q) = 0.1q^2 + 35q + 700$.

a) Millä tuotantomäärällä voitto on suurin?

b) Mikä on voitto silloin?

c) Miten muuttuvat a- ja b-kohdan vastaukset, kun kiinteät kustannukset nousevat 20% ?

4. Yritys valmistaa tuotetta kuukaudessa määrän q . On arvioitu, että hinnalla $p_1 = 80$ kysynnäksi tulee $q_1 = 10$ ja hinnalla $p_2 = 60$ kysynnäksi tulee $q_2 = 20$.

a) Määritä arvioihin sopiva lineaarinen kysyntäfunktio.

b) Kiinteät kustannukset ovat 80 ja Rajakustannus on $MC = 50 + q$. Millä valmistusmäärällä voitto on suurin?

c) Mikä on suurin mahdollinen voitto?

5. a) Mikä on kuukausijaksoon liittyvä korkokanta, kun todellinen vuosikorko on 7.25% ?

b) Laske tasaeräläinen annuiteetti, kun lainan määrä on $8\,000 \text{ €}$, laina-aika on 18 kuukautta, lainaa hoidetaan kuukausittain ja todellinen vuosikorko on $6,55\%$.

6. Yritys varastoi raaka-ainetta välivarastoon. Raaka-aineen kysyntä on $10\,000 \text{ kg/vuosi}$. Tilauskustannus on 12 euroa/tilaus ja varaston yksikköylläpitokustannus on $0.50 \text{ € /kg/kuukausi}$.

a) Mikä on optimaalinen tilauserän koko ja varastonhoidon kokonaiskustannukset vuodessa?

b) Raaka-aineen normaali ostohinta on 0.40 € /kg , josta raaka-aineen toimittaja tarjoaa 2% :n määräalennusta, jos tilaus on vähintään 300 kg . Mikä nyt on optimaalinen tilauserä?

Varastomallit:

$$\begin{aligned} \text{perusmalli} \quad q_0 &= \sqrt{\frac{2KD}{h}} \\ \text{puutemalli} \quad q_1 &= q_0 \sqrt{\frac{h+s}{s}}, \quad M_1 = q_0 \sqrt{\frac{s}{h+s}}, \\ TC_1(q) &= \frac{KD}{q} + \frac{M^2 h}{2q} + \frac{(q-M)^2 s}{2q} \\ \text{tuotantomalli} \quad q_2 &= q_0 \sqrt{\frac{r}{r-D}}, \quad M_2 = q_0 \sqrt{\frac{r-D}{r}}, \\ TC_2(q) &= \frac{KD}{q} + \frac{hq(r-D)}{2r} \end{aligned}$$

Korkolasku:

yksinkertainen korkolasku:

$$K_t = (1+it)K_0 = \left(1 + \frac{p}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

koronkorkolasku:

$$K_t = (1+i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

jatkuva korkolasku:

$$K_t = (1+i)^t K_0 = e^{\rho t} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1+i) = e^{\rho}$$

Jaksolliset suoritukset

$$\begin{aligned} \text{prolongointitekijä } s_{n,i} &= \frac{(1+i)^n - 1}{i} \\ \text{diskonttaustekijä } a_{n,i} &= \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \\ \text{kuoletuskerroin } c_{n,i} &= \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \end{aligned}$$

Tasaerälaina ja osamaksukauppa

$$\begin{aligned} \text{annuiteetti } k &= c_{n,i} K_0 \\ \text{osamaksuerä } k &= c_{n,i} (H - h + m) \end{aligned}$$

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$