

Vaasan yliopisto, kevät 2008

Talousmatematiikan perusteet, orms.1030

Opettaja: Matti Laaksonen



1. välikoe maanantai 28.2.2008

Ratkaise 3 tehtävää.

H1. a) (2p) Mikä on kuukausijaksoon liittyvä korkokanta, kun todellinen vuosikorko on 13.15%?

b) (1p) Milloin sovelletaan yksinkertaisen korkolaskun kaavaa?

c) (1p) ratkaise yhtälö

$$(1 + i)^x = 1.20, \quad \text{kun } (1 + i)^{12} = 1.0625$$

d) (2p) Tuotteen käteishinta on 35 000 euroa. Osamaksukaupan käsiraha on 7500 euroa, todellinen vuosikorko on 8,75% ja osamaksulisä on 4% osamaksuvelasta. Laske osamaksuerä, kun maksuaika on 20 kuukautta ja osamaksuerät maksetaan kuukausittain.

H2. Yritys valmistaa q tuotetta viikossa. Kysyntäfunktio on $p = 100 - 0.2q$, kustannusfunktio on $C(q) = 0.3q^2 + 50q + 200$.

a) Millä tuotantomäärällä voitto on suurin?

b) Mikä on suurin mahdollinen voitto?

H3. a) Olkoon $y = x^2 + 1$. Laske y :n jousto x :n suhteen, kun $x = 3$.

b) Tuotteen hinta on nyt 6.50 € ja kysyntä 1 700 tuotetta kuukaudessa. Jos tuotteen hintaa lasketaan 0.80 eurolla, niin kysynnän arvellaan olevan 2 100 tuotetta kuukaudessa. Mikä on tuotteen kysynnän hintajousto?

H4. Yritys varastoi raaka-ainetta välivarastoon. Raaka-aineen kysyntä on 10 000 kg/vuosi. Tilauskustannus on 12.00 euroa/tilaus ja varaston yksikköylläpitokustannus on 0.50 € /kg/kuukausi.

a) Mikä on optimaalinen tilauserän koko ja varastonhoidon kokonaiskustannukset vuodessa?

b) Raaka-aineen toimittaja antaa sisäänostossa 2% määräalennuksen, jos tilauserä on vähintään 500kg. Raaka-aineen normaali ostohinta on 0.55 € /kg. Mikä on nyt optimaalinen tilauserä?

Varastomallit:

$$\begin{aligned} \text{perusmalli} \quad q_0 &= \sqrt{\frac{2KD}{h}} \\ \text{puutemalli} \quad q_1 &= q_0 \sqrt{\frac{h+s}{s}}, \quad M_1 = q_0 \sqrt{\frac{s}{h+s}}, \\ TC_1(q) &= \frac{KD}{q} + \frac{M^2 h}{2q} + \frac{(q-M)^2 s}{2q} \\ \text{tuotantomalli} \quad q_2 &= q_0 \sqrt{\frac{r}{r-D}}, \quad M_2 = q_0 \sqrt{\frac{r-D}{r}}, \\ TC_2(q) &= \frac{KD}{q} + \frac{hq(r-D)}{2r} \end{aligned}$$

Korkolasku:

yksinkertainen korkolasku:

$$K_t = (1+it)K_0 = \left(1 + \frac{p}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

koronkorkolasku:

$$K_t = (1+i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

jatkuva korkolasku:

$$K_t = (1+i)^t K_0 = e^{\rho t} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1+i) = e^{\rho}$$

Jaksolliset suoritukset

$$\begin{aligned} \text{prolongointitekijä } s_{n,i} &= \frac{(1+i)^n - 1}{i} \\ \text{diskonttaustekijä } a_{n,i} &= \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \\ \text{kuoletuskerroin } c_{n,i} &= \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \end{aligned}$$

Tasaerälaina ja osamaksukauppa

$$\begin{aligned} \text{annuiteetti } k &= c_{n,i} K_0 \\ \text{osamaksuerä } k &= c_{n,i} (H - h + m) \end{aligned}$$

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$