

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

2. harjoitus, viikko 4 (21.–15.1.08)

R1	ma	10–12	D115	R6	ke	12–14	D115
R2	ma	14–16	D115	R7	ke	14–16	D115
R3	ti	10–12	D102	R8	to	14–16	D102
R4	ti	12–14	D115	R9	pe	10–12	D115
R5	ti	14–16	D115	R10	pe	12–14	D115

1. Piirrä välillä $0 \leq x \leq 5$ kuvaajat funktioille

$$f(x) = x^2 - x$$

$$g(x) = 4x - 6$$

x	$f(x) = x^2 - x$	x	$g(x) = 4x - 6$
0.0		0.0	
0.5		1.0	
1.0		2.0	
2.0		3.0	
3.0		4.0	
4.0		5.0	
5.0			

2. Ovatko tehtävän 1 funktiot $f(x)$ ja $g(x)$ kasvavia välillä $0 \leq x \leq 5$?

3. Ratkaise epäyhtälöt

$$\text{a) } x - 1 > \frac{x + 1}{2} \quad \text{b) } x^2 - x \leq 4x - 6$$

4. Yritys haluaa lisätä valmistamansa tuotteen myyntiä. Tätä varten yritys joutuu laskemaan tuotteensa myyntihintaa. Markkinointiosasto selvitti kysyntää ja arvelee, että yritys saa myytyä q tuotetta (viikossa), jos tuotteen myyntihinta on $p = 20 - 0.25q$ (euroa). Mikä pitää myyntihinnan olla, jos yritys haluaa, että myynnistä kertyy viikossa vähintään 375 euroa?

5. Yritys valmistaa kappaletavaraa q kappaletta viikossa. Yhden kappaleen materiaali- ja palkkakustannus on 7€, joten tuotannon määrästä riippuvat

muuttuvat kustannukset ovat $VC = 7q$ (€ viikossa). Yrityksen kiinteät kustannukset ovat $FC = 11250$ (€ viikossa). Lisäksi ahtaiden tuotantotilojen ja varastointiongelmien takia joudutaan turvautumaan ylityöhön, josta aiheutuu kustannuserä $LC = 0.005q^2$ (€ viikossa). Kokonaiskustannus viikossa on siis $TC(q) = FC + VC + LC = 11250 + 7q + 0.005q^2$. Tuotteen myyntihinta on 30€, joten tuottofunktio on $TR = 30q$ (€ viikossa) ja voittofunktio on $P(q) = TR - TC = 23q - 0.005q^2 - 11250$ (€ viikossa). Piirrä voittofunktion $P(q)$ ja yksikkökustannusfunktion $AC(q) = TC(q)/q$ kuvaajat kun $0 < q < 3000$. Mikä on $AC(q)$:n yksikkö? Mikä on mielestäsi järkevä tuotannon määrä?

(Ohje: yksiköt $[q] = \frac{\text{kpl}}{\text{vko}}$, $[P] = \frac{\text{€}}{\text{vko}}$, $[AC] = \frac{\text{€}}{\text{kpl}}$)

6. Ratkaise

a) $1.05^x = 1.50$ b) $(1.05)^x \geq (1.15)^3$

7. Laske tehtävässä 5 esiintyneen voittofunktion derivaatta, eli

$$P'(q) = \frac{dP}{dq}.$$

Millä q :n arvolla $P'(q) = 0$? Tarkista tehtävän 3 kuvan avulla nollakohdan paikka. Millä q :n arvoilla $P'(q) \geq 0$? Tarkista tämänkin tehtävän 3 kuvan avulla.

8. Laske derivaatat

a) $f'(3)$, kun $f(x) = x^2 - 4x$,
 b) $g'(x)$, kun $g(x) = 7x^2 + 5x - 3$,
 c) $h'(x)$, kun $h(x) = 3x \cdot (x^2 - 5)$