

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030**7. harjoitus, viikko 11** (10.–14.3.08)

R1	ma	10–12	D115	R6	ke	12–14	D115
R2	ma	14–16	D115	R7	ke	14–16	D115
R3	ti	10–12	D102	R8	to	14–16	D102
R4	ti	12–14	D115	R9	pe	10–12	D115
R5	ti	14–16	D115	R10	pe	12–14	D115

1. Ratkaise graafisesti seuraava lp-malli

$$\begin{aligned} \max z = & x_1 + 2x_2 \\ \text{ehdoin} & 3x_1 + x_2 \leq 45 \\ & x_1 + x_2 \leq 18 \\ & x_1 + 4x_2 \leq 60 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

2. Pienyritys valmistaa kahta tuotetta 1 ja 2, ja myy kaiken valmistamansa. Kumpaakin tuotetta käsitellään kolmella osastolla seuraavan taulukon mukaisesti.

tuote	tuotantoaika (tuntia)		
	os. A	os. B	os. C
1	4	2	8
2	4	4	4

Kullakin osastolla käytettävissä oleva työvoima on rajallinen siten, että työtunteja on osastoilla viikossa käytettävissä seuraavasti

osasto	työtunteja viikossa
A	320
B	240
C	400

Kate (myyntitulo - valmistuskustannukset) yhdeltä ”1”-tuotteelta on 300 € ja kate yhdeltä ”2”-tuotteelta 500 € .

Muodosta LP-malli yrityksen kokonaiskatteen maksimoimiseksi. (Älä ratkaise mallia.)

3. Piirrä seuraavan LP-mallin käypä alue.

$$\begin{aligned} \min z = & x_1 - 5x_2 \\ \text{ehdoin} & 2x_1 + 3x_2 \leq 60 \\ & x_1 + x_2 \geq 14 \\ & x_1 - 2x_2 \leq 4 \\ & -x_1 + x_2 \leq 10 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

4. a) Merkitse tehtävässä 3 piirrettyyn kuvaan pisteet, joissa tavoitefunktio saa arvon -40 ($x_1 - 5x_2 = -40$), merkitse kuvaan pisteet, joissa tavoitefunktio saa arvon -50 ($x_1 - 5x_2 = -50$) ja merkitse kuvaan pisteet, joissa tavoitefunktio saa arvon -60 ($x_1 - 5x_2 = -60$).

b) Missä käyvän alueen pisteessä tavoitefunktio saa pienimmän mahdollisen arvonsa ja mikä se arvo on?

5. a) Miten tehtävän 3 optimiratkaisu muuttuu, jos rajoitteisiin lisätään uusi rajoite

$$x_1 + x_2 \geq 15$$

b) Miten edellisen tehtävän optimiratkaisu muuttuu, jos rajoitteisiin lisätään uusi rajoite

$$x_1 + x_2 \leq 10$$

6. Yrittäjä saa halutessaan sijoitettua rahansa 10% (todellisella) vuosikoroolla ja toisaalta yrittäjä saa halutessaan lainaa 10% (todellisella) vuosikoroolla. Yrittäjä ostaa koneen 20 000 € hintaan. Koneita käytetään kolme vuotta, minkä jälkeen kone tulee romuttua. Romuttaminen aiheuttaa vielä 2000 € kustannuksen (kolmen vuoden kuluttua koneen hankinnasta).

a) Yrittäjä jakaa edellämainitut hankinta- ja romutuskustannukset tasaiseksi menovirraksi ottamalla 20 000 € :n tasaerälainan, jota maksaa kuukausittain (todellinen vuosikorko 10%). Tasaerälainan annuiteetti on k_1 . Toisaalta yrittäjä alkaa säästää tallettamalla joka kuukauden lopussa k_2 (€) tilille, jolle maksetaan 10%:n todellinen vuosikorko. Kolmen vuoden kuluttua Yrittäjä maksaa romutuskustannukset tilille kertyneellä pääomalla. Laske k_1 ja k_2 .

b) Laske edellä kuvatun alkuperäisen menovirran nykyarvo

$$NA_1 = 20\,000 + \frac{2000}{(1.10)^3}$$

c) Laske lainojen avulla tasoitetun jaksollisen menovirran nykyarvo

$$NA_2 = \sum_{k=1}^{36} \frac{k_1 + k_2}{(1+i)^k} = \frac{(1+i)^{36} - 1}{i(1+i)^{36}} \cdot (k_1 + k_2), \quad \text{missä } (1+i)^{12} = 1.10$$

6. Edellisen tehtävän yrittäjä ottaa menovirran nykyarvoa vastaavan tasaerälainan. $K_0 = NA_1$, todellinen vuosikorko 10%, laina-aika 3 vuotta. Pystyykö yrittäjä nostamalla lainapääomalla hoitamaan menovirran maksut? (Koneen osto nyt ja romutus kolmen vuoden kuluttua.)

Jaksolliset suoritukset

$$s_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad a_{n,i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \quad c_{n,i} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$