

## Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

### 5. harjoitus, viikko 9 (1.3.–5.3.2010)

R1	ma	10–12	R4	to	08–10
R2	ma	14–16	R5	to	14–16
R3	ti	08–10	R6	pe	08–10
			R7	pe	12–14

1. Laske annuiteettilainen tasaerä (kuukausierä), kun lainan määrä on 4000€, todellinen vuosikorko on 8.15% ja laina-aika on 20 kuukautta.

2. Yrittäjä rakentaa uutta tuotantolinjaa, jonka loppuun tulee pakkauslaitte. Saatujen tarjousten perusteella on olemassa kolme mahdollista pakkauslaitetta. Mikä laitteista on mielestäsi edullisin, kun tuotantolinja on toiminnassa tois-  
taiseksi (ainakin 30 vuotta) ja laskentakorkona on 7,50% (todellinen vuosikorko).

laite	hankinta- hinta (€)	käyttökustan- nus (€/kk)	käyttöikä (vuotta)
A-pak	7 000	80	3
Narux	5 000	70	2
Hippo	3 000	200	3

3. Laske osamaksuerä, kun käteishinta on 25000€, käsiraha on 5000€, osamaksulisä on 800€. Osamaksuerät maksetaan kuukausittain. Maksuaika on 15 kuukautta ja todellinen vuosikorko on 6.25%.

4. Laske käteishinta, kun käsiraha on 5000€, osamaksulisä on 4% osamaksuvelasta. Osamaksuerä on 2050€, erät maksetaan kuukausittain, maksuaika on 15 kuukautta ja todellinen vuosikorko on 6.25%.

5. Yrittäjä saa halutessaan sijoitettua rahansa 10% (todellisella) vuosikorolla ja toisaalta yrittäjä saa halutessaan lainaa 10% (todellisella) vuosikorolla. Yrittäjä ostaa koneen 20 000 € hintaan. Koneita käytetään kolme vuotta, minkä jälkeen kone tulee romuttua. Romuttaminen aiheuttaa vielä 2000 € kustannuksen (kolmen vuoden kuluttua koneen hankinnasta).

a) Yrittäjä jakaa edellämainitut hankinta- ja romutuskustannukset tasaiseksi menovirraksi ottamalla 20 000 € :n tasaerälainan, jota maksaa kuukausittain (todellinen vuosikorko 10%). Tasaerälainan annuiteetti on  $k_1$ . Toisaalta yrittäjä alkaa säästää tallettamalla joka kuukauden lopussa  $k_2$  (€) tilille, jolle maksetaan 10%:n todellinen vuosikorko. Kolman vuoden kuluttua Yrittäjä maksaa romutuskustannukset tilille kertyneellä pääomalla. Laske  $k_1$  ja  $k_2$ .

b) Laske edellä kuvatun alkuperäisen menovirran nykyarvo

$$NA_1 = 20\,000 + \frac{2000}{(1.10)^3}$$

c) Laske lainojen avulla tasoitetun jaksollisen menovirran nykyarvo

$$NA_2 = \sum_{k=1}^{36} \frac{k_1 + k_2}{(1+i)^k} = \frac{(1+i)^{36} - 1}{i(1+i)^{36}} \cdot (k_1 + k_2), \quad \text{missä } (1+i)^{12} = 1.10$$

6. Edellisen tehtävän yrittäjä ottaa menovirran nykyarvoa vastaavan tasaerälainan, ja nostaa lainan heti.  $K_0 = NA_1$ , todellinen vuosikorko 10%, laina-aika 3 vuotta. Pystyykö yrittäjä nostamallaan lainapääomalla hoitamaan menovirran maksut? (Koneen osto nyt ja romutus kolmen vuoden kuluttua.)

**Kaavoja:**

yksinkertainen korkolasku:

$$K_t = (1 + it)K_0 = \left(1 + \frac{p}{100}t\right)K_0, \text{ kun } 0 < t < 1$$

koronkorkolasku:

$$K_t = (1 + i)^t K_0, \text{ kun } t = 1, 2, 3, \dots$$

jatkuva korkolasku:

$$K_t = (1 + i)^t K_0 = e^{\rho t} K_0, \text{ kun } t > 1 \text{ ja } (1 + i) = e^{\rho}$$

**Jaksolliset suoritukset**

$$\text{prolongointitekijä } s_{n,i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

$$\text{diskonttaustekijä } a_{n,i} = \frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n}$$

$$\text{kuoletuskerroin } c_{n,i} = \frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$$

**Tasaerälaina ja osamaksukauppa**

$$\text{annuiteetti } k = c_{n,i} K_0$$

$$\text{osamaksuerä } k = c_{n,i}(H - h + m)$$

$$\sum_{k=1}^n (a_1 + (k-1)d) = n \cdot \frac{(a_1 + a_n)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n a_1 q^{k-1} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$