

Talousmatematiikan perusteet

ORMS.1030

Matti Laaksonen
Matemaattiset tieteet
Vaasan yliopisto

- ▶ Vastaanotto to 12-13 huone D211/Tervahovi
- ▶ Sähköposti: matti.laaksonen@uwasa.fi
- ▶ Opettajan kotisivu: <http://lipas.uwasa.fi/~mla/>
- ▶ Kurssi: <http://lipas.uwasa.fi/~mla/orms1030/>

Aiheet

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Talousmatematiikan perusteet

orms.1030 Vaasan yliopisto / kevät 2011

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Aiheet

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

ORMS1030, Talousmatematiikan perusteet L01, 5 op

Tunniste	ORMS1030	Opetuskielet	suomi
Nimi	Talousmatematiikan perusteet L01	Lyhenn nimi	Talousmatem.per L01
Laajuus	5 op	Vastuuyksikkö	Matemaattisten tieteiden laitos
Tyyppi	Luentokurssi	Arvostelu	1 - 5
Aika	10.01.2011 -18.04.2011	Lisätietoja	

Kuvaus:

Tavoitteet	Opintojakson suorittaneella on matematiikan perustiedot, joiden avulla pystyy selviytymään tilastotieteen ja taloustieteiden kursseista sekä ymmärtämään matematiikan sovellusmahdollisuudet taloustieteissä.
Sisältö	Finanssilaskentaa, ääriarvotehtäviä, integraalilaskentaa, lineaarialgebraa, differentiaalilaskentaa.
Oppimateriaalit	1. Matti Laaksonen. Talousmatematiikan perusteet (luentomoniste). Oheislukemista: 2. Haeussler, E. F. ym. Introductory Mathematical Analysis.
Toteutustavat	Luennot 48 h ja harjoitukset 20 h.
Suoritustavat	1. Hyväksytyt osallistuminen harjoituksiin ja välikokeet tai 2. Tentti
Opettajat	Vastuuopettaja: Matti Laaksonen

Aiheet

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

ORMS = ?

O = Operation
R = Research and
M = Management
S = Science

”Operaatiotutkimus ja Johtamistiede”

- ▶ hakee optimia
- ▶ rakentaa malleja
- ▶ käyttää tietokoneita

Aiheet

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Kurssin aikataulu

vko		pvm	aika	aiheita	
2	to pe	13.1. 14.1.	10-12 8-10	Alkuinfo, kertausta K1, Yhtälöt, K2, Prosentti, K3,	Aiheet har ORMS 1030 Aikataulu Harjoitukset
3	ma to	17.1. 20.1.	12-14 10-12	Funktioita, K4, Raja-arvo, Jatk. Derivaatta, Interp., Joustot, K5,	H1 Tutk.kurssi Materiaalia
4	ma to	24.1. 27.1.	12-14 10-12	Voitonmaksimointi, K6, Varastomallit, (kalvot)	H2 Loppuamisen historiaa
5	ma	31.1.	12-14	Varastomallit, Korkolasku, K7, K8	H3
6	ma to	7.2. 10.2.	12-14 10-12	Diskonttaus, Summamerkintä Annuiteetti, Osamaksukauppa	H4
7	ma to	14.2. 17.2.	12-14 10-12	Kassakertymä ja Nykyarvo Sisäinen korkokanta,	H5
8					
9	ma to	28.2. 3.3.	12-14 10-12	Kertaus 1. välikoe	

Kurssin aikataulu

vko	pvm	aika	aiheita		
10	ma to	7.3. 10.3.	12-14 10-12	Integrointi, K9, kassavirta Kannattavuuden mittareita, K10	ORMS.1030 har Aikataulu H6 Harjoitukset
11	ma to	14.3. 17.3.	12-14 10-12	LP-mallit, K11 Lineaarinen yhtälöryhmä	Tukikurssi H7 Materiaalia
12	ma to	21.3. 24.3.	12-14 10-12	Matriisit, K12, K13, Käänteism., K14 Determinantit K15, K16	Laskemisen historiaa H8
13	ma to	28.3. 31.3.	12-14 10-12	Matriisin kääntäminen, K17 Cramerin kaavat, K18, Excelin funktiot	H9
14					
15	ma to	28.3. 31.3.	12-14 10-12	Indeksit, Panos-tuotos -analyysi Kertaus (kalvot), koe 2007v2, (ratk)	H10
16	ma	4.4.	12-14	2. välikoe	

Harjoitukset

Aiheet

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Luennot salissa A202		Harjoitukset		
To 10-12	(2-4)	R1: Ma 10-12	(3-7,10-13,15)	D115
Pe 8-10	(2-2)	R2: Ma 14-16	(3-7,10-13,15)	D102
Ma 12-14	(3-7)	R3: Ti 8-10	(3-7,10-13,15)	D102
To 10-12	(6-15)	R4: To 8-10	(3-7,10-13,15)	D115
Ma 12-14	(9-13)	R5: To 14-16	(3-7,10-13,15)	D102
Ma 12-14	(15-16)	R6: Pe 8-10	(3-7,10-13,15)	D102
		R7: Pe 12-14	(3-7,10-13,15)	D102

	ma	ti	ke	to	pe
8-10		R3(26)		R4(29)	R6(6)
10-12	R1(47)			Luento	
12-14	Luento	Tuki			R7(18)
14-16	R2(65)			R5(33)	

ORMS0010 Talousmatematiikan tukikurssi Opettaja: Christina Gustafsson

Ti	12-14	Viikot	3-4	Salissa D102
Ti	12-14	Viikot	5-5	Salissa C209
Ti	12-14	Viikot	6-6	Salissa D102
Ke	14-16	Viikot	7-7	Salissa D102
Ti	12-14	Viikot	9-9	Salissa C209
Ti	12-14	Viikot	10-12	Salissa F652
Ti	12-14	Viikot	13-13	Salissa A201
Ti	12-14	Viikot	15-16	Salissa C209

- ▶ Kenelle?
- ▶ Mitä asioita?
- ▶ Millä tavalla?

Aiheet

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen
historiaa

Kirjoja yms.

- ▶ Oma vanha peruskoulun tai lukion oppikirja.
- ▶ Kurssilla käytetty materiaali (verkkosivun linkit)
- ▶ Peruskoulun kertausmateriaali: **ManMath**
(<http://www02.oph.fi/etalukio/opiskelumodulit/manmath/>)
- ▶ Etälukion pitkän matematiikan materiaali: **Etälukio/maa**
(<http://www02.oph.fi/etalukio/maa.html>)
- ▶ Ruth Hasan – Tuula Kinnunen: *Talousmatematiikan perusteet*, Turun kauppakorkeakoulun julkaisuja, sarja B-1:1997, ISBN 951-738-898-5
- ▶ Markku Kallio, Pekka Korhonen, Seppo Salo: *Johdatus kvantitatiiviseen analyysiin taloustieteissä*, 2. painos, (Aalto yliopisto) Hakapaino Oy, Helsinki, 2000, ISBN 952-91-3027-9

Aiheet

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen

historiaa

Ennen kymmenjärjestelmää

- ▶ 60-järjestelmä (Babylonia 2500eKr – Eurooppa 1200jKr)
- ▶ kaksinkertainen kirjanpito
- ▶ 60 on jaollinen luvuilla 2, 3, 5, 6, 10, 12, 15, 20 ja 30.
→ murtoluvuilla laskeminen hallittiin hyvin
- ▶ Edelleen tunti jaetaan 60 minuuttiin ja minuutti 60 sekuntiin

Murtolukujen rooli

- ▶ Antiikin kreikkalainen Pythagoras (n. 580-500eKr) osoitti ettei kaikkia lukuja voida ilmaista murtolukuina
- ▶ Pythagoraalle kysymys oli tavattoman suuri, sillä hän oli perustanut uskonnollis-poliittisen liikkeen ja pyrki valtaan. Liikkeen motto oli, että ”kaikki maailmassa voidaan ilmaista kokonaislukujen suhteina”.

Aiheet

ORMS.1030

Aikataulu

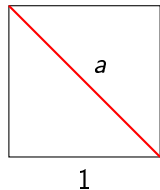
Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Olkoon a neliön lävistäjä, kun neliön sivu on 1.



Pythagoran lauseen mukaan

$$a^2 = 1^2 + 1^2 = 2$$

Jos nyt a on murtoluku $a = m/n$, missä m ja n ovat keskenään jaottomat, niin

$$\frac{m^2}{n^2} = 2$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 2n^2 \quad \rightarrow m \text{ on parillinen, } (m = 2k)$$

$$\Leftrightarrow (2k)^2 = 2n^2$$

$$\Leftrightarrow 2k \cdot 2k = 2n \cdot n$$

$$\Leftrightarrow 2k^2 = n^2 \quad \rightarrow n \text{ on parillinen!?!?!}$$

Aiheet

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi


Materiaalia

Laskemisen historiaa

Johtopäätös edellisestä oli:

”On olemassa lukuja, jotka eivät ole murtolukuja”. Nykyään niitä sanotaan **irrationaaliluvuiksi** ($\sqrt{2}$, π , e , jne.)

Kymmenjärjestelmä

- ▶ Keksittiin Intiassa n. 500 jKr
- ▶ Arabialainen matemaatikko al-Khowarizmi Bagdadilainen n. 825jKr otti käyttöön symbolin 0
- ▶ Samarkandilainen astronomi al-Kashi otti käyttöön kymmenkantaisen negatiivisen eksponentin n. 1400jKr
- ▶ Skotlantilainen John Napier alkoi v. 1617 käyttää desimaalipilkkaa sen nykyisessä merkityksessä
- ▶  **Boom** Laskeminen oli nyt helppoa.

Aiheet

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Kompleksiluvut

- ▶ Onko olemassa luku i , jolle $i^2 = -1$, eli onko olemassa

$$i = \sqrt{-1}$$

- ▶ Useimmat pitivät ajatusta ihan pöhkönä. Alettiin etsiä ristiriitaa. Ristiriitaa ei tullut!
- ▶ sovittiin, että kompleksilukuja $a + ib$ ja $c + id$ merkitään lukupareina (a, b) ja (c, d) ja lisäksi sovittiin laskutoimitukset

$$(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$$

$$(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$$

- ▶ OUTOA, MUTTA EI ENÄÄ JÄRJENVASTAISTA!

- ▶ "järjetön käsite" muuttui "melko yksinkertaisiksi" olioiksi, joille on määritelty "aika erikoiset" laskutoimitukset

- ▶ →  kvanttifysiikka,

atomipommi, tietokoneet, kännykkä, jne.

- ▶ ryhmät, renkaat, kunnat, algebrat, joukot, avaruudet (abstrakteja struktuureja).
- ▶ Saatiin lopullisia ratkaisuja 4000 vuotta vanhoihin ongelmiin! (Viidennen asteen yhtälön ratkaisukaava.)

Aiheet

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Semanttinen paradoksi.

- ▶ Määritellään luku a siten, että
"se on pienin kokonaisluku, jota ei voi määritellä vähemmällä kuin 13 sanalla".
- ▶ Koska kielessä on äärellinen määrä sanoja, on myös vain äärellinen määrä tapoja asettaa 13 sanaa peräkkäin. On siis olemassa lukuja, joita ei voi määritellä 13 sanalla. On helppo perustella, että tässä joukossa on pienin. Siis luvun a määritelmä näyttäisi olevan kunnossa.
- ▶ Paradoksi syntyy siitä, että tulimme edellä määritelleeksi luvun a käyttäen vain 12 sanaa!
- ▶ Johtopäätös: matematiikassa tulee arkikielen sijasta käyttää formaalia kieltä.

Russell'n paradoksi.

- ▶ Voiko joukko olla itsensä alkio? Ilmeisesti "kaikkien joukkojen joukko" on itsensä alkio.
- ▶ Bertrand Russel määritteli joukon

$$Ru = \{x|x \notin x\},$$

eli Ru muodostuu kaikista niistä olioista, jotka eivät ole itsensä alkioita).

Onko Ru itsensä alkio?

- ▶ Jos Ru on itsensä alkio, niin se toteuttaa joukon määrittelevän ehdon eli $Ru \notin Ru$ (ei ole itsensä alkio).
- ▶ Jos Ru ei ole itsensä alkio, niin se ei toteuta joukon määrittelevää ehtoa eli Ru on itsensä alkio.
- ▶ Kumpikin vaihtoehto johtaa ristiriitaan. \longrightarrow

Johtopäätös: kaikkien joukkojen joukko on mieletön ajatus!

Aiheet

ORMS.1030

Aikataulu

Harjoitukset

Tukikurssi

Materiaalia

Laskemisen historiaa

Matematiikka tänään

- ▶ Matematiikan kieli on Formaali logiikka & Joukko-oppi
- ▶ Tutkii struktuureja ja algoritmeja
- ▶ Käytännöllisiä sovelluksia, joiden taustalla oleva teoria kimuranttia
- ▶ Tietokoneet mahdollistavat uusia sovelluksia