

Aritmeettinen ja geometrinen keskiarvo

Yhden tuotteen hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman deflatoitu arvo

Tuoteryhmän hintaindeksi

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Lukujoukon $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ aritmeettinen keskiarvo lasketaan kaavalla

$$a_{aka} = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_j.$$

Lukujoukon $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ geometrinen keskiarvo, eli keskiverto, lasketaan kaavalla

$$a_{gka} = (a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n)^{1/n} = \left(\prod_{j=1}^n a_j \right)^{1/n}.$$

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Olkoon p_t tuotteen hinta vuonna t .

Perusvuonna $t = t_0$ indeksi saa arvon $X_{t_0} = 100$.

Vertailuvuonna $t \neq t_0$ indeksi saa arvon

$$X_t = \frac{p_t}{p_{t_0}} \cdot 100.$$

Jos $X_t > 100$, niin vertailuvuoden hinta on korkeampi kuin perusvuonna.

Jos $X_t < 100$, niin vertailuvuoden hinta on alempi kuin perusvuonna.

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Seuraavassa taulukossa on tuotteen hintoja usean vuoden ajalta.

vuosi t	hinta p_t	indeksi $X_t =$ $\frac{p_t}{p_{t_0}} \cdot 100$	vuosi- kasvu $g_t \cdot 100\%$	kasvu- tekijä $r_t = 1 + g_t$
2000	16,00	100,0		
2001	20,00	125,0	25,00%	1,2500
2002	26,00	162,5	30,00%	1,3000
2003	30,00	187,5	15,38%	1,1538
2004	36,00	225,0	20,00%	1,2000
2005	41,00	256,3	13,89%	1,1389
2006	45,00	281,3	9,76%	1,0976
2007	50,00	312,5	11,11%	1,1111
2008	52,00	325,0	4,00%	1,0400
2009	52,50	328,1	0,96%	1,0096
2010	54,00	337,5	2,86%	1,0286

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrisen
keskiarvoYhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvoTuoteryhmän
hintaindeksi

vuosi t	hinta p_t	indeksi X_t	vuosi- kasvu $g_t \cdot 100\%$	kasvu- tekijä $r_t = 1 + g_t$
2003	30,00	187,5		
2004	36,00	225,0	20,00%	1,2000

$$r_{2004} = \frac{p_{2004}}{p_{2003}} = \frac{36,00}{30,00} = 1,20$$

$$g_{2004} = \frac{p_{2004}}{p_{2003}} - 1 = 0,20$$

Kasvutekijä voidaan yhtä hyvin laskea indeksin perusteella

$$r_{2004} = \frac{X_{2004}}{X_{2003}} = \frac{225,0}{187,5} = 1,20$$

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Useamman vuoden aikana toteutunutta hinnan keskimääräistä kasvuvauhtia eli inflaatiota voidaan kuvata vuosikasvu-prosenttien keskiarvolla (arithmetic mean)

$$g_{aka} \cdot 100\% = \frac{1}{10} \sum_{t=2001}^{2010} g_t \cdot 100\% = 13,3\%,$$

tai kasvutekijöiden keskiarvolla (arithmetic mean)

$$r_{aka} = \frac{1}{10} \sum_{t=2001}^{2010} r_t = 1,133,$$

tai kasvutekijöiden keskiverrolla (geometric mean)

$$r_{gka} = (r_{2001} \cdot r_{2002} \cdots r_{2010})^{1/10} = 1,129.$$

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflaoitu arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Kasvutekijöiden keskiwertto on käsitteenä yksinkertaisempi koska se voidaan laskea kahdesta hinnasta, perusvuoden ja vertailuvuoden hinnoista (tai indekseistä).

$$\begin{aligned}
 r_{gka} &= (r_{2001} \cdot r_{2002} \cdots r_{2009} \cdot r_{2010})^{1/10} \\
 &= \left(\frac{p_{2001}}{p_{2000}} \cdot \frac{p_{2002}}{p_{2001}} \cdots \frac{p_{2009}}{p_{2008}} \cdot \frac{p_{2010}}{p_{2009}} \right)^{1/10} = \left(\frac{p_{2010}}{p_{2000}} \right)^{1/10} \\
 &= \left(\frac{X_{2010}}{X_{2000}} \right)^{1/10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rho_{aka} &= \frac{1}{10} (\rho_{2001} + \rho_{2002} + \cdots + \rho_{2010}) \\
 &= \frac{1}{10} (\ln(r_{2001}) + \ln(r_{2002}) + \cdots + \ln(r_{2010})) \\
 &= \ln \{ (r_{2001} \cdot r_{2002} \cdots r_{2010})^{1/10} \} = \ln r_{gka}
 \end{aligned}$$

Aiheet

Aritmeettinen ja geometrinen keskiarvo

Yhden tuotteen hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman deflatoitu arvo

Tuoteryhmän hintaindeksi

Jos yrityksen (tai kansalaisen) käytössään oleva varallisuus kasvaa keskimääräisellä kasvutekijällä

$$r_{gka} = r = 1 + i,$$

niin sanomme että r ja i kuvaavat nimelliskorkoa. Varallisuus (pääoma) vuonna t saadaan kaavasta

$$K_t = K_{t_0}(1 + i)^{t-t_0}$$

i = nimelliskorkokanta

Hintatason keskimääräistä kasvuvauhtia kuvaa inflaatiokorkokanta g . Hintataso p_t vuonna t on

$$p_t = p_{t_0}(1 + g)^{t-t_0}$$

Aiheet

Aritmeettinen ja geometrinen keskiarvo

Yhden tuotteen hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman deflaoitu arvo

Tuoteryhmän hintaindeksi

Pääoman ostovoima vuonna t on

$$Q_t = \frac{K_t}{p_t} = \frac{K_0(1+i)^{t-t_0}}{p_0(1+g)^{t-t_0}} = Q_0 \cdot \left(\frac{1+i}{1+g} \right)^{t-t_0}$$

Pääoman ostovoiman kasvua kuvaa reaalikorko.

Reaalikorkotekijä r^* ja reaalikorkokanta i^* ovat edellisen perusteella

$$r^* = \frac{1+i}{1+g}$$

$$i^* = \frac{1+i}{1+g} - 1 = \frac{1+i}{1+g} - \frac{1+g}{1+g} = \frac{i-g}{1+g}$$

Jos inflaatio ei ole korkea (eli on g pieni), niin

$$i^* \approx i - g$$

⇔ reaalikorko \approx nimelliskorko – inflaatiokorko.

Aiheet

Aritmeettinen ja geometrinen keskiarvo

Yhden tuotteen hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman deflatoitu arvo

Tuoteryhmän hintaindeksi

Pääoman K_t vuoteen t_1 deflatoitu arvo
= se rahamäärä, jolla vuonna t_1 sai ostettu yhtä monta tuotetta kuin rahamäärällä K_t saa ostettua vuonna t

$$= K_t \cdot \frac{p_{t_1}}{p_t} = K_t \cdot \frac{X_{t_1}}{X_t}.$$

Erityisesti pääoman K_t perusvuoteen t_0 deflatoitu arvo on

$$K_t \cdot \frac{p_{t_0}}{p_t} = K_t \cdot \frac{100}{X_t}$$

Aiheet

Aritmeettinen ja geometrinen keskiarvo

Yhden tuotteen hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman deflatoitu arvo

Tuoteryhmän hintaindeksi

Tarkastellaan seuraavien kolmen tuotteen hintoja perusvuonna $t_0 = 2000$ ja vertailuvuonna $t = 2010$.

tuote k	2000		2000		paino
	p_{t_0}	q_{t_0}	p_t	q_t	
1	2,00	10	5,00	100	w_1
2	5,00	20	6,00	18	w_2
3	20,00	50	15,00	50	w_3

Kun laskemme tuoteryhmän hintaindeksin, niin annamme yleensä joillekin tuotteille muita suuremman painon.

$$X_t = \frac{\left(\frac{w_1 p_{1t} + w_2 p_{2t} + w_3 p_{3t}}{w_1 + w_2 + w_3} \right)}{\left(\frac{w_1 p_{1t_0} + w_2 p_{2t_0} + w_3 p_{3t_0}}{w_1 + w_2 + w_3} \right)} = \frac{\sum_{k=1}^3 w_k p_{kt}}{\sum_{k=1}^3 w_k p_{kt_0}}$$

Aiheet

Aritmeettinen ja geometrinen keskiarvo

Yhden tuotteen hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman deflatoitu arvo

Tuoteryhmän hintaindeksi

Jos annamme ensimmäiselle tuotteelle kaksinkertaisen painon muihin nähden, niin indeksi on

$$X_t = \frac{2 \cdot 5,00 + 1 \cdot 6,00 + 1 \cdot 15,00}{2 \cdot 2,00 + 1 \cdot 5,00 + 1 \cdot 20,00} \cdot 100 = 106,9$$

Jos annamme kolmannelle tuotteelle kaksinkertaisen painon muihin nähden, niin indeksi on

$$X_t = \frac{1 \cdot 5,00 + 1 \cdot 6,00 + 2 \cdot 15,00}{1 \cdot 2,00 + 1 \cdot 5,00 + 2 \cdot 20,00} \cdot 100 = 87,2$$

PAINOJEN VALINNALLA ON MERKITYSTÄ!

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflaatio arvo

Tuoteryhmän
hintaindeksi

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

**Tuoteryhmän
hintaindeksi**

Aiheet

Aritmeettinen ja
geometrinen
keskiarvo

Yhden tuotteen
hintaindeksi

Reaalikorko

Pääoman
deflatoitu arvo

**Tuoteryhmän
hintaindeksi**