

Eksponenttifunktio ja Logaritmit

Kauhava 27.11.2010

potenssi-funktio

a -kantainen eksponentti-funktio

Eksponentti-funktio

a kantainen logaritmi-funktio

Logaritmikaavat

Testi

Aiheet

potenssi-funktio

a -kantainen
eksponentti-
funktio

Eksponentti-
funktio

a kantainen
logaritmi-funktio

Logaritmikaavat

Testi

Linkejä

- ▶ [kurssi8, eksponenttifunktio](#) / Etälukio (edu.fi)
- ▶ [kurssi8, logaritmifunktio](#) / Etälukio (edu.fi)

Aiheet

potenssi-funktio

a-kantainen
eksponentti-
funktio

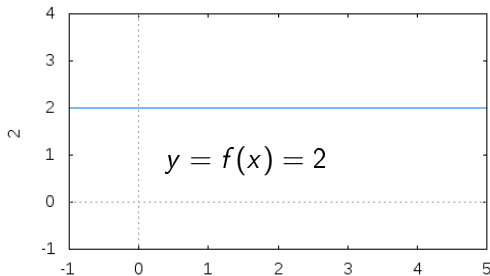
Eksponentti-
funktio

a kantainen
logaritmi-funktio

Logaritmikaavat

Testi

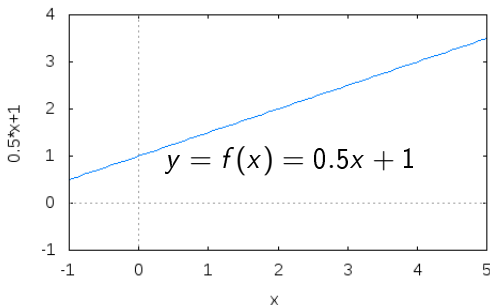
Potenssifunktio



Vakiofunktio

$$y = a$$

kuvaaja on vaakasuora viiva.



Funktio

$$y = kx + b$$

kuvaaja on suora, joka leikkaa y-akselin korkaudella b . Suoran kulmakerroin on k .

Aiheet

potenssi-funktio

a -kantainen
eksponentti-
funktio

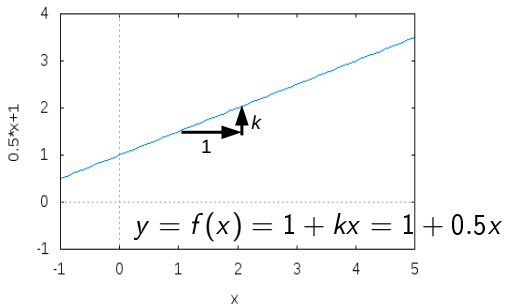
EkspONENTTI-
funktio

a kantainen
logaritmi-funktio

Logaritmikaavat

Testi

Kulmakerroin



Kun suoran pisteestä $(1, 1.5)$ siirrytään pisteeseen $(2, 2)$, niin kohta kasvoi 1:n verran ja arvo kasvoi kulmakertoimen k verran

1 oikealle k ylös

Aiheet

potenssi-funktio

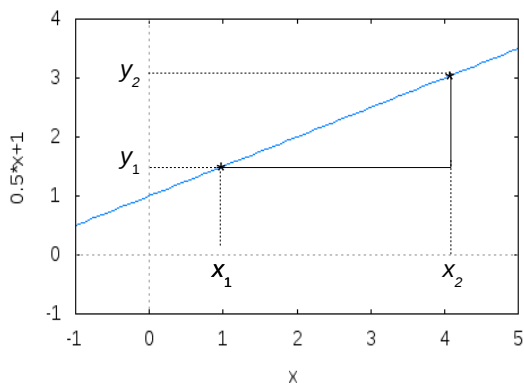
a -kantainen
eksponentti-
funktio

Eksponentti-
funktio

a kantainen
logaritmi-funktio

Logaritmikaavat

Testi



$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = k$$

Aiheet

potenssi-funktio

a-kantainen
eksponentti-
funktio

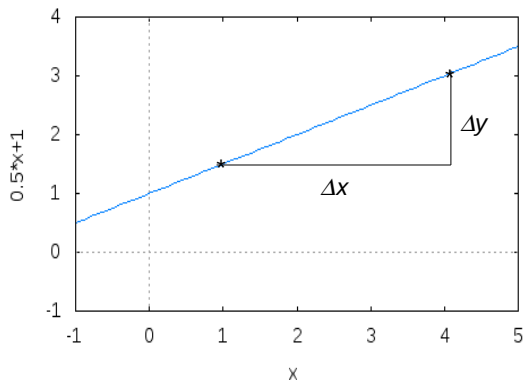
EkspONENTTI-
funktio

a-kantainen
logaritmi-funktio

Logaritmi-kaavat

Testi

Kulmakerroin



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = k$$

Aiheet

potenssi-funktio

a-kantainen
eksponentti-
funktio

Eksponentti-
funktio

a kantainen
logaritmi-funktio

Logaritmikaavat

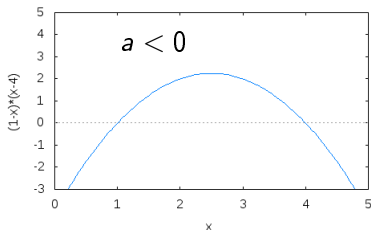
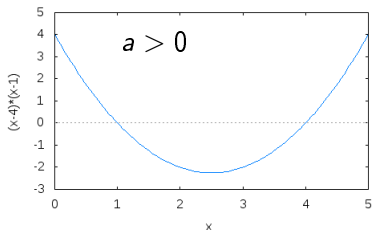
Testi

aste 2, paraabeli

Toisen asteen polynomifunktion

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

kuvaaja on paraabeli, joka aukeaa ylöspäin, jos $a > 0$, ja aukeaa alaspäin, jos $a < 0$.



Aiheet

potenssi-funktio

a-kantainen
eksponentti-
funktio

EkspONENTTI-
funktio

a kantainen
logaritmi-funktio

Logaritmikaavat

esti

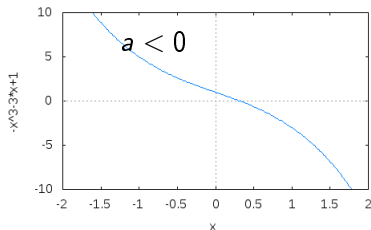
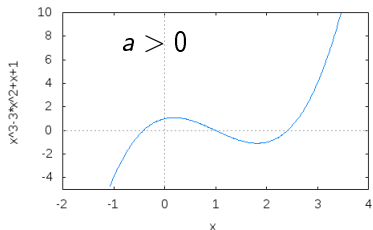
Kolmannen asteen polynomifunktion

$$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

kuvaaja.

Kun $a > 0$, niin kuvaaja painuu vasemmalla alas ja nousee oikealla ylös. Kaukana origosta $(0,0)$ funktio on kasvava.

Kun $a < 0$, niin kuvaaja nousee vasemmalla ylös ja painuu oikealla alas. Kaukana origosta $(0,0)$ funktio on vähenevä.



Aiheet

potenssi-funktio

a-kantainen
eksponentti-
funktio

EkspONENTTI-
funktio

a kantainen
logaritmi-funktio

Logaritmikaavat

Testi

a -kantainen eksponenttifunktio, a^x

Aiheet

potenssi-funktio

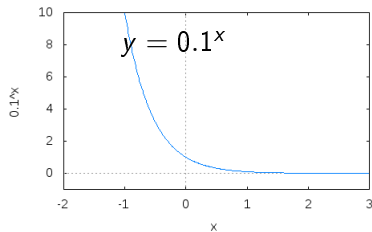
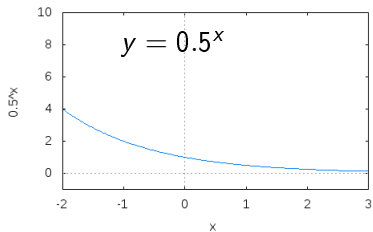
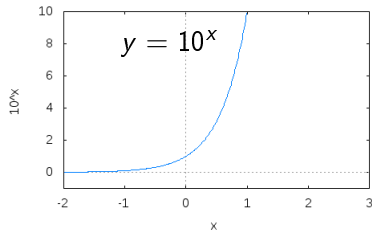
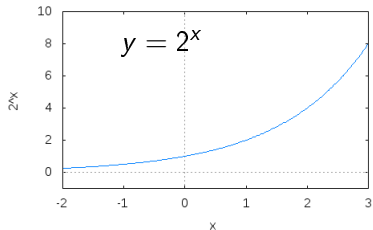
kantainen
eksponentti-
funktio

eksponentti-
funktio

kantainen
logaritmi-funktio

logaritmi-kaavat

testi



a -kantainen eksponentti-funktio, a^x

- ▶ Funktio $y = f(x) = a^x$ on hyvin määritelty vain, jos $a > 0$.
- ▶ Jos $a > 1$, niin funktio on kasvava.
- ▶ Jos $a < 1$, niin funktio on vähenevä.
- ▶ Jos $a = 1$, niin funktio on vakiofunktio.
- ▶ Tärkeitä kantalukuja ovat 2, 10 ja $e \approx 2.718281828$ (Neperin luku)
- ▶ Kun $a > 1$, niin a^x kasvaa lopulta nopeammin kuin mikään x :n potenssi x^n
 $\therefore \forall (a > 1, n \in \mathbb{N}), \exists x_0$ siten, että $(x > x_0 \Rightarrow a^x > x^n)$.

Aiheet

potenssi-funktio

a -kantainen
eksponentti-
funktio

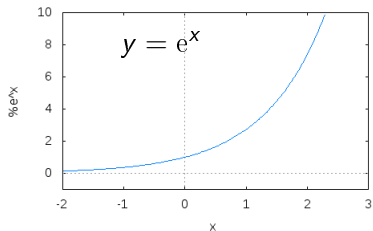
Eksponentti-
funktio

a kantainen
logaritmi-funktio

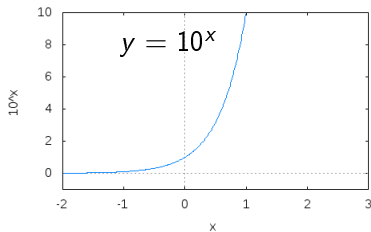
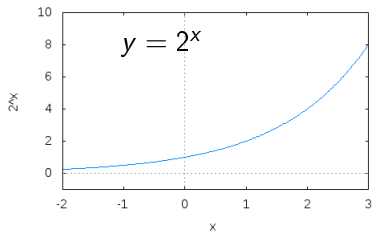
Logaritmikaavat

Testi

Eksponentti-funktio, e^x



kasvava,
määritely $\forall x \in \mathbb{R}$,
arvot positiivisia reaalilukuja,



Aiheet

potenssi-funktio

a-kantainen
eksponentti-
funktio

Eksponentti-
funktio

a-kantainen
logaritmi-funktio

Logaritmi-kaavat

Testi

a -kantainen logaritmi-funktio, $\log_a x$

a -kantainen logaritmifunktio on a -kantaisen eksponenttifunktion käänteisfunktio.

$$y = a^x \leftrightarrow x = \log_a y$$

$$y = 2^x \leftrightarrow x = \log_2 y$$

$$y = 10^x \leftrightarrow x = \log_{10} y = \log y$$

$$y = e^x \leftrightarrow x = \log_e y = \ln y$$

Aiheet

potenssi-funktio

a -kantainen
eksponentti-
funktio

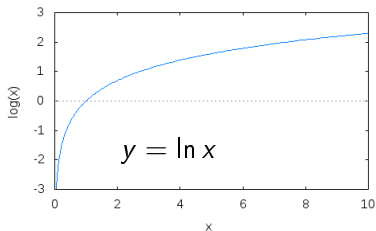
Eksponentti-
funktio

a kantainen
logaritmi-funktio

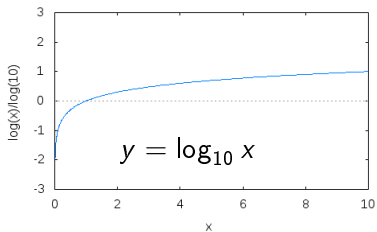
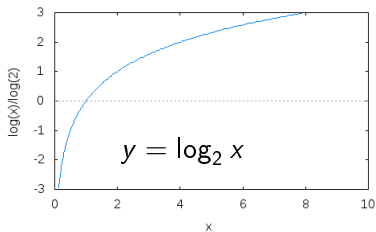
Logaritmikaavat

Testi

a -kantainen logaritmi-funktio, $\log_a x$



kasvavia,
määritely, kun $x > 0$,
arvojoukko \mathbb{R}



Aiheet

potenssi-funktio

a -kantainen
eksponentti-
funktio

EkspONENTTI-
funktio

a kantainen
logaritmi-funktio

Logaritmikaavat

Testi

$$(1) \quad \log_a(a^b) = b$$

$$(2) \quad \log_a(a) = 1$$

$$(3) \quad \log(1) = 0$$

$$(4) \quad \log(b \cdot c) = \log b + \log c$$

$$(5) \quad \log(b/c) = \log b - \log c$$

$$(6) \quad \log(b^c) = c \cdot \log b$$

$$(7) \quad \log_a(b) = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$$

Aiheet

potenssi-funktio

a-kantainen
eksponentti-
funktio

Eksponentti-
funktio

a kantainen
logaritmi-funktio

Logaritmikaavat

Testi

(1) Piirrä seuraavien funktioiden kuvaajat

a) $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$, b) $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$, $(-2 \leq x \leq 2)$

(2) Laske 2-kantainen logaritmi luvusta 1024.

(3) Piirrä funktion $h(x) = x^3 - 3x + 1$ kuvaaja.

(4) Piirrä funktion $w(x) = \log_2(8x)$ kuvaaja.

(5) Ratkaise

$$\log_2(8x) > 5$$

Aiheet

potenssi-funktio

a-kantainen
eksponentti-
funktio

EkspONENTTI-
funktio

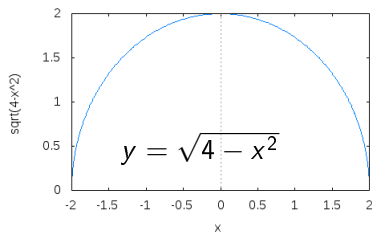
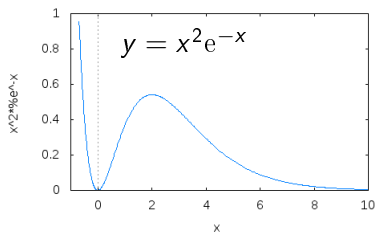
a kantainen
logaritmi-funktio

Logaritmikaavat

Testi

Vastauksia:

(1)



(2)

$$\log_2 1024 = \frac{\ln 1024}{\ln 2} = 10$$

Aiheet

potenssi-funktio

a-kantainen
eksponentti-
funktio

eksponentti-
funktio

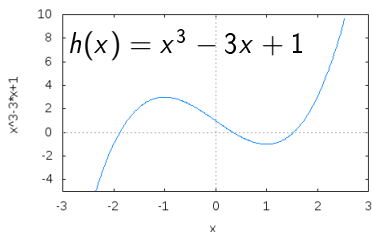
kantainen
logaritmi-funktio

logaritmi-kaavat

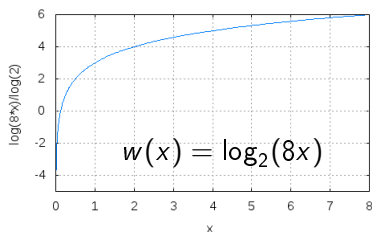
esti

Vastauksia:

(3)



(4)



(5)

$$\begin{aligned}\log_2 8x &> 5 \\ \Leftrightarrow \log_2 8 + \log_2 x &> 5 \\ \Leftrightarrow \log_2 x &> 5 - 3 \quad |2^{(\cdot)} \\ \Leftrightarrow x &> 2^2 = 4\end{aligned}$$

Aiheet

potenssi-funktio

kantainen
ksp onentti-
nktio

ksp onentti-
nktio

kantainen
garitmi-funktio

ogaritmi-kaavat

esti