

Yleistä, LP-malleista

Esimerkki, "Giapetto"

Graafisen ratkaisun vaiheet

Optimin olemassaolo

Herkkyysanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

## Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

Optimin  
olemassaolo

Herkkyysanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

- ▶ LP-mallit on yksi "Operaatioanalyysin" (Operations Research) perustyökaluista.
- ▶ Perusongelma: "Miten pitää suorittaa operaatio mahdollisimman hyvin, kun käytettävissä on rajalliset resurssit?" (max tai min)
- ▶ Jatko-ongelma: "Miten optimi muuttuu, jos jokin mallin parametri muuttuu?"
- ▶ Jatko-ongelma 2: "Mitä enintään kannattaa maksaa yhdestä lisäresurssista?"

## Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

Optimin  
olemassaolo

Herkkyysanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

Giapetto's Woodcarving inc. valmistaa kahdenlaisia puuleluja: **sotilaita** ja **junia**.

*Tavoitefunktio.*

**Sotilaan** myyntihinta on 27€, ja siihen kuuluu materiaalia 10€edestä. Jokainen valmistettu sotilas aiheuttaa lisäksi muuttuvia palkka- ja yleiskustannuksia keskimäärin 14€edestä. **Junan** myyntihinta on 21€, ja siihen kuuluu 9€edestä materiaalia. Muuttuvia palkka- ja yleiskustannuksia jokainen juna aiheuttaa keskimäärin 10€.

*Rajoitteet. Resurssien kulutus.*

Sotilaiden ja junien valmistus tapahtuu kahdella osastolla: **puutyösosastolla** ja **viimeistelyosastolla**. Yksi sotilas vaatii 1 tunnin puutyötä ja 2 tuntia viimeistelyä. Vastaavasti yksi juna vaatii 1 tunnin puutyötä ja 1 tunnin viimeistelyä.

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

Optimin  
olemassaolo

Herkkyysohjelmi

Varjohinta

Tietokoneohjelmi

*Rajoitteet. Olemassaolevat resurssit.*

Yritys pystyy hankkimaan kaiken tarvitsemansa materiaalin, mutta puutyö- ja viimeistelyosastojen kapasiteetti on rajallinen. Käytettävissä on 80 tuntia puutyötä per viikko, ja 100 tuntia viimeistelytyötä per viikko.

*Rajoitteet. Lisäajoitteet.*

Lelujen kysynnästä tiedetään, että junien kysyntä on käytännössä rajoittamaton, mutta sotilaita saadaan kaupaksi korkeintaan 40 per viikko.

*Kysymys:*

Miten yritys voi maksimoida katetuottonsa? Muodostetaan ongelmasta LP-malli.

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleistaEsimerkki,  
"Giapetto"Graafisen  
ratkaisun vaiheetOptimin  
olemassaolo

Herkkyysohjelma

Varjohinta

Tietokoneohjelma

## (1) Päättösmuuttujat

$x_1$  = puusotilaiden valmistus (kpl/viikko)

$x_2$  = puujunien valmistus (kpl/viikko)

## (2) Tavoitefunktio

Muodostamme tavoitefunktion  $z(x_1, x_2)$ , jolle etsimme suurinta mahdollista arvoa. Tavoitefunktio on nyt katetuotto.

$$\begin{aligned}
 z &= R(x_1, x_2) - C(x_1, x_2) \\
 &= \overbrace{(27x_1 + 21x_2)}^{\text{tuotto}} - \left( \overbrace{(10x_1 + 9x_2)}^{\text{kustannus}} + \overbrace{(14x_1 + 10x_2)}^{\text{kustannus}} \right) \\
 &\quad \quad \quad \text{materiaali} \quad \quad \text{palkat yms.} \\
 &= 3x_1 + 2x_2
 \end{aligned}$$

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

Optimin  
olemassaolo

Herkkyysohjelma

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

### (3) Rajoitteet

Selvitämme jokaisen tuotantoa rajoittavan tekijän erikseen

- ▶ Puutyö: resurssitarve =  $1x_1 + 1x_2$  (h/viikko)  
Käytettävissä oleva resurssi = 80 (h/viikko)  
→ 1. rajoite:  $x_1 + x_2 \leq 80$
- ▶ Viimeistelytyö: resurssitarve =  $2x_1 + 1x_2$  (h/viikko)  
Käytettävissä oleva resurssi = 100 (h/viikko)  
→ 2. rajoite:  $2x_1 + x_2 \leq 100$
- ▶ Kysyntärajoite:  
→ 3. rajoite:  $x_1 \leq 40$
- ▶ Merkkirajoitteet:  
→ 4. rajoite:  $x_1 \geq 0$   
→ 5. rajoite:  $x_2 \geq 0$

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

Optimin  
olemassaolo

Herkkyyssanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmaa

## (4) LP-malli

Kootaan kaikki oleellinen siistiksi paketiksi

$$\begin{array}{rcll} \max & z & = & 3x_1 + 2x_2 \\ \text{ehdoin} & & & x_1 + x_2 \leq 80 \\ & & & 2x_1 + x_2 \leq 100 \\ & & & x_1 \leq 40 \\ & & & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

Optimin  
olemassaolo

Herkkyysohjelma

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

## (5) Graafinen ratkaisu

Aloitetaan tarkastelu ensimmäisestä rajoitteesta

$$x_1 + x_2 \leq 80$$

Jos kiinnitämme  $x_1$ :n arvon (esim.  $x_1 = 50$ ), niin emme saa antaa  $x_2$ :lle liian suurta arvoa.  $x_2$  tulee olla **pienempi tai yhtä suuri kuin**  $80 - x_1$  (esim.  $x_2 \leq 80 - 50 = 30$ ).

$(x_1, x_2)$ -tasossa tulee pisteen olla siis suoran  $x_1 + x_2 = 80$  **alapuolella**.

Piirrämme suoran tasoon. Sitä varten selvitämme kaksi suoran pistettä

$$A = (0, 80), \quad \text{ja} \quad B = (80, 0)$$

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

Optimin  
olemassaolo

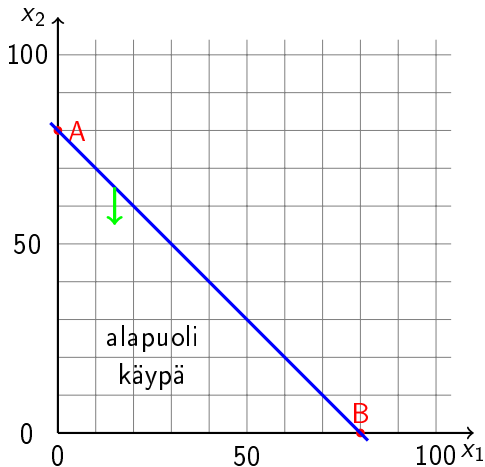
Herkkyyshanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmiä

Ensimmäinen rajoite:

$$x_1 + x_2 \leq 80 \quad \text{alapuoli} \quad A = (0, 80), \quad B = (80, 0)$$



Aiheet

Yleistä,  
LP-malleistaEsimerkki,  
"Giapetto"Graafisen  
ratkaisun vaiheetOptimin  
olemassaolo

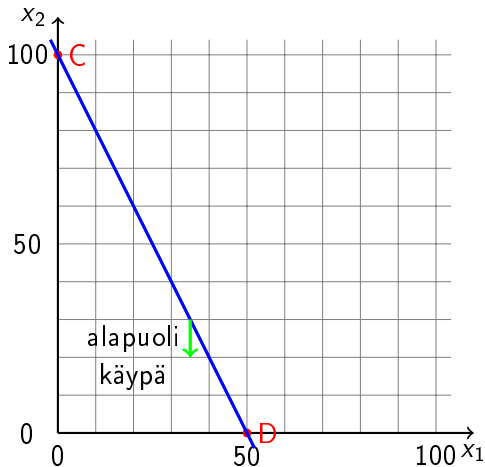
Herkkyysohjelmien

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

Toinen rajoite:

$$2x_1 + x_2 \leq 100 \quad \text{alapuoli} \quad C = (0, 100), \quad D = (50, 0)$$



Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

Optimin  
olemassaolo

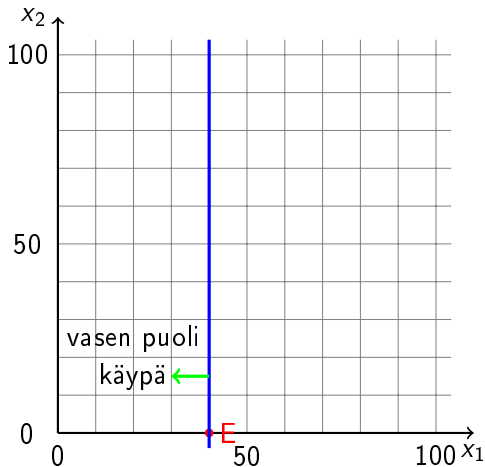
Herkkyysanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

Kolmas rajoite:

$$x_1 \leq 40 \quad \text{vasen puoli} \quad E = (40, 0)$$



Aiheet

Yleistä,  
LP-malleistaEsimerkki,  
"Giapetto"Graafisen  
ratkaisun vaiheetOptimin  
olemassaolo

Herkkyysoanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

- ▶ Lopuksi piirrämme kaikki suorat samaan kuvaan.
- ▶ Huomaa, että merkkirajoitteet kieltävät pysty akselin vasemman puolen ( $x_2$ -akseli) sekä vaakaa-akselin alapuolen ( $x_1$ -akseli).

Aiheet

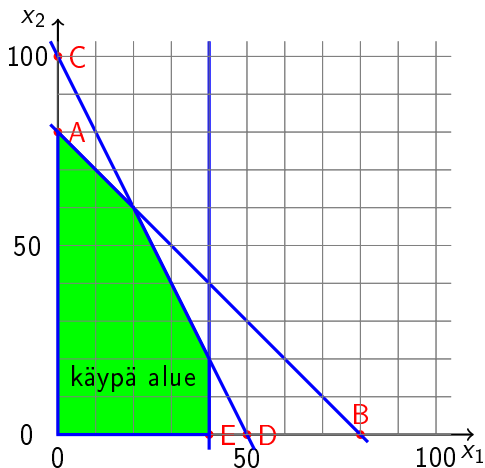
Yleistä,  
LP-malleistaEsimerkki,  
"Giapetto"Graafisen  
ratkaisun vaiheetOptimin  
olemassaolo

Herkkyyssanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

$x_1 + x_2 \leq 80$	alapuoli	$A = (0, 80),$	$B = (80, 0)$
$2x_1 + x_2 \leq 100$	alapuoli	$C = (0, 100),$	$D = (50, 0)$
$x_1 \leq 40$	vasen puoli	$E = (40, 0)$	



Aiheet

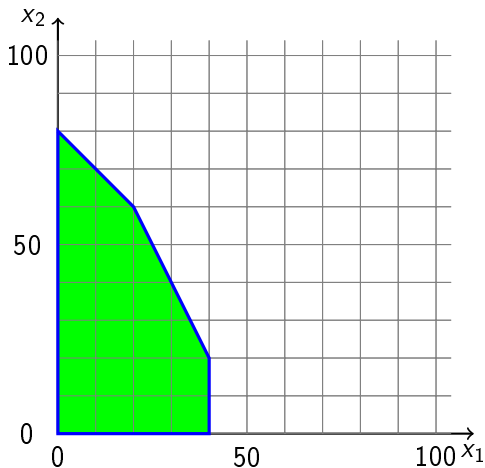
Yleistä,  
LP-malleistaEsimerkki,  
"Giapetto"Graafisen  
ratkaisun vaiheetOptimin  
olemassaolo

Herkkyysoanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

Seuraavaksi haemme käyvästä alueesta parhaan pisteen.



Merkitsemme kuvaan pisteet, joissa  $z = 3x_1 + 2x_2 = 90$ .

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

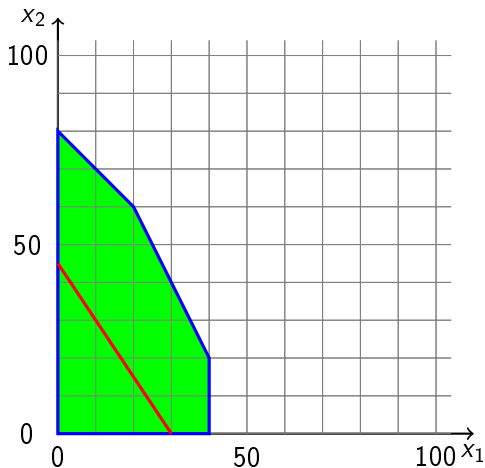
Optimin  
olemassaolo

Herkkyysanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

Seuraavaksi haemme käyvistä alueesta parhaan pisteen.



Merkitsemme kuvaan pisteet, joissa  $z = 3x_1 + 2x_2 = 90$ .

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

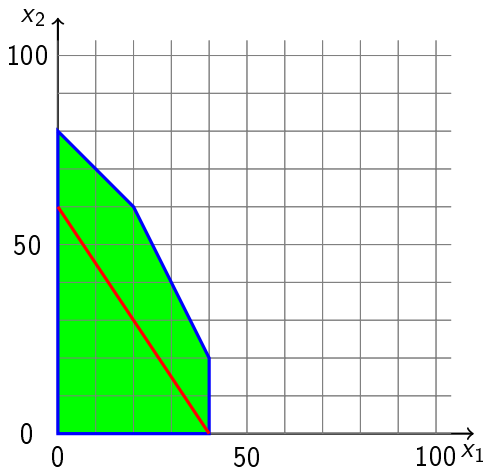
Optimin  
olemassaolo

Herkkyysanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

Seuraavaksi haemme käyvistä alueesta parhaan pisteen.



Merkitsemme kuvaan pisteet, joissa  $z = 3x_1 + 2x_2 = 120$ .

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

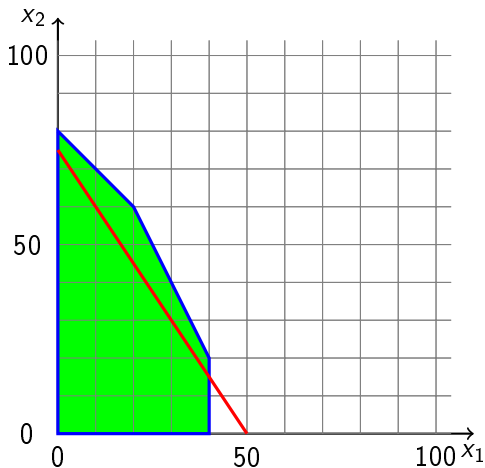
Optimin  
olemassaolo

Herkkyysanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

Seuraavaksi haemme käyvistä alueesta parhaan pisteen.



Merkitsemme kuvaan pisteet, joissa  $z = 3x_1 + 2x_2 = 150$ .

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

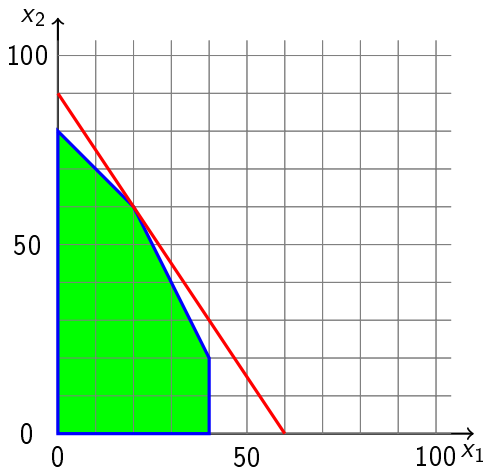
Optimin  
olemassaolo

Herkkyysanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

Seuraavaksi haemme käyvistä alueesta parhaan pisteen.



Merkitsemme kuvaan pisteet, joissa  $z = 3x_1 + 2x_2 = 180$ .

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

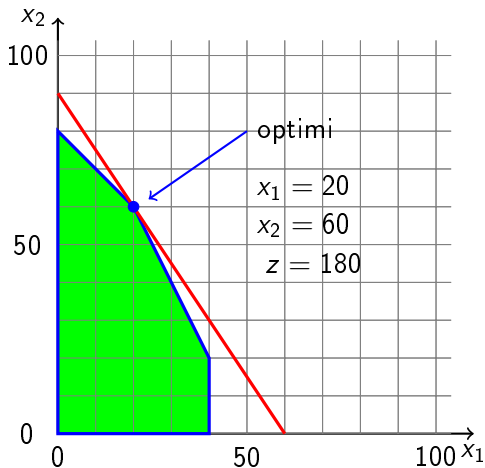
Optimin  
olemassaolo

Herkkyysanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

Seuraavaksi haemme käyvästä alueesta parhaan pisteen.



Merkitsemme kuvaan pisteet, joissa  $z = 3x_1 + 2x_2 = 180$ .

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

Optimin  
olemassaolo

Herkkyyshanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

- ▶ Käy läpi rajoitteet
  1. kaksi pistettä rajoitesuoralta
  2. mikä puoli käypä
- ▶ Piirrä koordinaatisto
- ▶ Piirrä rajoitesuorat ja käypä alue. Merkitse käypä alue kuvaan.
- ▶ Piirrä tavoitesuora jollakin  $z$ :n arvolla
- ▶ Päättele optimipiste
- ▶ Kirjoita vastaus

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

Optimin  
olemassaolo

Herkkyyssanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

**Optimin  
olemassaolo**

Herkkyysanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

Optimin  
olemassaolo

Herkkyysanalyysi

Varjohinta

Tietokoneohjelmia

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

Optimin  
olemassaolo

Herkkyysanalyysi

**Varjohinta**

Tietokoneohjelmia

Aiheet

Yleistä,  
LP-malleista

Esimerkki,  
"Giapetto"

Graafisen  
ratkaisun vaiheet

Optimin  
olemassaolo

Herkkyysanalyysi

Varjohinta

**Tietokoneohjelmia**