

Talousmatematiikan perusteet, ORMS1030

3. harjoitus, viikko 5 (31.1.–4.2.11)

R1	ma	10–12	D115	R4	to	08–10	D115
R2	ma	14–16	D102	R5	to	14–16	D102
R3	ti	08–10	D102	R6	pe	08–10	D102
				R7	pe	12–14	D102

1. Yrityksen erään tuotelinjan kysyntäfunktio on $p = 20 - 0.030q$ ja vastaava kustannusfunktio on $C(q) = 0.02q^2 + 5q + 150$. Millä tuotannon määrällä voitto on suurin mahdollinen. Mikä on maksimivoitto?

2. Tehdas valmistaa viikossa tuotetta määrän q ja myy sen hintaan p (euroa/tuote). On arvioitu, että hintaan 4 euroa/tuote saadaan myytyä 100 tuotetta viikossa ja hintaan 3 euroa/tuote saadaan myytyä 200 tuotetta viikossa. Käytetään seuraavassa laskelmasa lineaarista kysyntäfunktiota $p(q) = 5 - 0.01q$. Tuotteen valmistaminen aiheuttaa kustannuksia 1,5 euroa/tuote ja valmistusmäärästä riippumaton kiinteä kustannus on 230 euroa/viikko. Millä valmistusmäärällä yritys saa suurimman voiton?
(voitto=myyntitulo – kustannukset)

3. Tarkastellaan uudelleen tehtävän 2 ongelmaa. Nyt kuitenkin yrityksen tuotantokapasiteetti on 150 tuotetta/viikko. Yritys voi ylittää kapasiteettinsa, jos se teettää kapasiteetin ylittävän osan tuotteista ylityönä. Ylityönä tehdyn tuotteen valmistuskustannus on 1,6 euroa/tuote. Jos ylityötä tehdään on kiinteä kustannus 250 euroa/viikko. Millä valmistusmäärällä yritys nyt saa suurimman voiton (voitto = myyntitulo – kustannukset)?

4. a) Olkoon kysyntäfunktio $p = 20 - 0.2q$

(1) Mikä on kysynnän hintajousto, kun $q = 20$?

(2) Mikä on kysynnän hintajousto, kun $q = 80$?

b) Mikä on kysynnän hintajousto, jos kysyntä riippuu hinnasta siten, että

$$q = a \cdot p^n.$$

c) Piirrä kysyntäfunktion graafi muodossa $p = f(q)$ (eli p on arvo kohdassa q), kun $q = 16 \cdot p^{-2}$.

5. Erään kappaletavaratuotteen varaston yksikköylläpitokustannukset ovat 4€ kappaletta ja vuotta kohti. Tilauskustannukset ovat 80€ tilauserältä. Kysyntä on tasaista ja suuruudeltaan 4000 kpl vuodessa. Täydennystoimitukset tapahtuvat ongelmitta, ja varastointitila on rajoittamaton. Puutetta ei sallita. Miten suuri on optimaalinen tilauserän koko ja miten suuret ovat varastonpidon kokonaiskustannukset?

6. Suurpesula tarvitsee 2500 astiaa tiettyä pesuainetta kuukaudessa. Yksikköylläpito-kustannus on 0.5€/astia/vuosi. Tilauskustannukset ovat 75€ tilaukselta. Pesula tilaa ainetta nykyisin 5000 astian erissä. Miten suureen vuosisäästöön pesulan on mahdollista päästä muuttamalla tilauspolitiikkaansa? Miten tilaukset tällöin tehdään?

7. Vuodessa raaka-ainevaraston läpi kulkee kappaletavaraa $D = 1600$ kpl. Tilauskustannus on 9€ /erä ja varaston ylläpitokustannus on $1.5\text{€}/(\text{kuukausi}\cdot\text{kpl})$.

a) Mikä on optimaalinen tilauserän koko, ja miten suuret ovat varastosysteemin vuotuiset kokonaiskustannukset ?

b) Raaka-aineen yksikköhinta on $5\text{€}/\text{kpl}$. Raaka-aineen toimittaja tarjoaa määräalennusta, joka on 1% ostohinnasta, kun tilauserä on vähintään 50 kappaletta, ja 3% ostohinnasta, kun tilauserä on vähintään 100 kappaletta. Mikä on nyt optimaalinen tilauserä?

Kaavoja:

Kysynnän hintajousto:

$$\frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} = \eta$$

Varastomallit:

perusmalli	$q_0 = \sqrt{\frac{2KD}{h}}$ $TC_0(q) = \frac{KD}{q} + h \cdot \frac{q}{2}$
puutemalli	$q_1 = q_0 \sqrt{\frac{h+s}{s}}, \quad M_1 = q_0 \sqrt{\frac{s}{h+s}},$ $TC_1(q) = \frac{KD}{q} + \frac{M^2 h}{2q} + \frac{(q-M)^2 s}{2q}$
tuotantomalli	$q_2 = q_0 \sqrt{\frac{r}{r-D}}, \quad M_2 = q_0 \sqrt{\frac{r-D}{r}},$ $TC_2(q) = \frac{KD}{q} + \frac{hq(r-D)}{2r}$